Comment montrer que des droites sont parallèles

La ***colinéarité de deux vecteurs*** va nous permettre de conclure sur le ***parallélisme de deux droites***.
Pour cela, on prendra *deux points de chaque droite* et on étudie la *colinéarité* des vecteurs correspondants.

La propriété pour montrer le parallélisme de deux droites

Deux droites (PR) et (UV) sont ***parallèles***
si et seulement si
les vecteurs $\overrightarrow{PR}$ et $\overrightarrow{UV}$ sont ***colinéaires***.

Exemple 1 : avec les points R (3 ; 4) , T (7 ; - 2) , M (2 ; 10) et N (8 ; 1).
Les droites (RT) et (MN) sont-elles parallèles ?

On a $\overrightarrow{RT} \left| \begin{array}{l} x_T - x_R = 7 - 3 = 4 \\ y_T - y_R = -2 - 4 = -6 \end{array} \right.$

On a $\overrightarrow{MN} \left| \begin{array}{l} x_N - x_M = 8 - 2 = 6 \\ y_N - y_M = 1 - 10 = -9 \end{array} \right.$

On calcule le déterminant des vecteurs $\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -6 & -9 \end{vmatrix}$

on obtient $4 \times (-9) \boxed{-} (-6) \times 6 = -36 - (-36) = 0$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{RT}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires.

Donc les DROITES (RT) et (MN) sont PARALLÈLES.

Exemple 2 : avec les points A (1 ; 2) , B (3 ; 5) , E (4 ; 3) et H (10 ; 11).
Les droites (AB) et (EH) sont-elles parallèles ?

On a $\overrightarrow{AB} \left| \begin{array}{l} x_B - x_A = 3 - 1 = 2 \\ y_B - y_A = 5 - 2 = 3 \end{array} \right.$

On a $\overrightarrow{EH} \left| \begin{array}{l} x_H - x_E = 10 - 4 = 6 \\ y_H - y_E = 11 - 3 = 8 \end{array} \right.$

On calcule le déterminant des vecteurs $\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}$

on obtient $2 \times 8 \boxed{-} 3 \times 6 = 16 - 18 = -2 \neq 0$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EH}$ ne sont pas colinéaires.

Donc les DROITES (AB) et (EH) ne sont pas PARALLÈLES.