

Les variations d'une fonction

Etudier le *sens de variation* d'une fonction, c'est indiquer les intervalles sur lesquels elle est *croissante* et les intervalles sur lesquels elle est *décroissante*. On résume les résultats dans un *tableau de variations*.

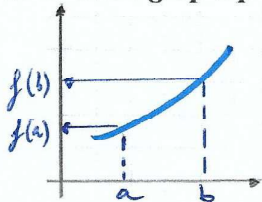
Définition d'une fonction croissante (sur un intervalle)

→ une fonction f est *croissante* sur un intervalle I si, pour tous nombres a et b de cet intervalle, la phrase mathématique suivante est vérifiée : *si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$* .

→ on dit qu'il y a *conservation de l'ordre* : les images $f(a)$ et $f(b)$ sont dans le même ordre que a et b .

→ dans le langage courant, on dira que "*la courbe monte*".

Une illustration graphique



on a : $a < b$
 et $f(a) < f(b)$

Un exemple algébrique avec $f(x) = 4x - 2$

on considère : $a < b$

on obtient : $4a < 4b$

soit $4a - 2 < 4b - 2$

soit $f(a) < f(b)$

→ l'ordre est donc CONSERVÉ.

→ la fonction est donc CROISSANTE.

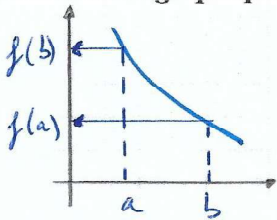
Définition d'une fonction décroissante (sur un intervalle)

→ une fonction f est *décroissante* sur un intervalle I si, pour tous nombres a et b de cet intervalle, la phrase mathématique suivante est vérifiée : *si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$* .

→ on dit alors qu'il y a *inversion de l'ordre* : les images $f(a)$ et $f(b)$ sont dans l'ordre inverse de a et b .

→ dans le langage courant, on dira que "*la courbe descend*".

Une illustration graphique



on a : $a < b$
 mais $f(a) > f(b)$

Un exemple algébrique avec $f(x) = -3x + 5$

on considère : $a < b$

on obtient : $-3a > -3b$ multiplication par un négatif

soit $-3a + 5 > -3b + 5$

soit $f(a) > f(b)$

→ l'ordre a été INVERSÉ

→ la fonction est DÉCROISSANTE.

Un exemple de tableau de variations

| | | | | |
|----------------------|---|---|---|----|
| x | 1 | 3 | 4 | 8 |
| Variations de $f(x)$ | 2 | 9 | 7 | 10 |

Il faudra faire attention de bien donner des intervalles qui concernent les valeurs de la lettre x !!

La fonction est CROISSANTE sur $[2; 3]$ et sur $[4; 8]$

c'est à dire sur $[1; 3] \cup [4; 8]$.

La fonction est DÉCROISSANTE sur $[3; 4]$.