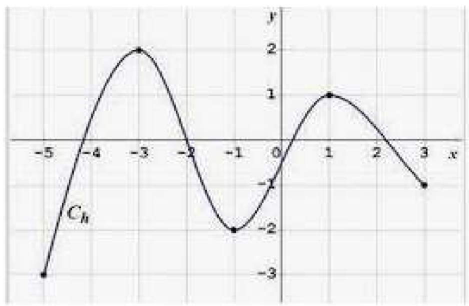
Les exercices - Comment trouver le minimum ou le maximum d'une fonction

Ces exercices vont reprendre les 3 situations vues sur la fiche de cours. Cela doit vous permettre de bien vérifier les acquis. Le plus compliqué va rester le travail algébrique de l'exercice 3.

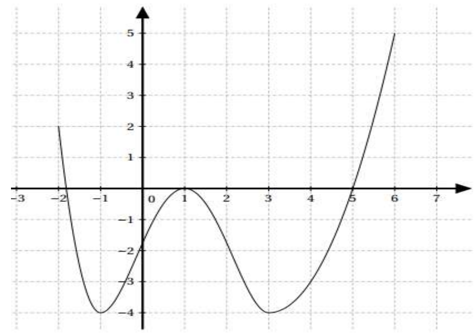
Exercice 1 : trouver des extremums à l'aide d'une courbe

Pour chacune des courbes suivantes, donner le ***maximum*** et le ***minimum*** de la fonction.

a)



b)



Exercice 2 : trouver des extremums à l'aide d'un tableau de variations

Pour chacun des tableaux suivants, donner le ***maximum*** et le ***minimum*** de la fonction.

a)

x	-5		2		4		10
$f(x)$	8	↘	1	↗	9	↘	3

b)

x	-4		-2		0		4		6
$f(x)$	-1	↗	4	↘	-3	↗	3	↘	1

Exercice 3 : trouver des extremums à l'aide d'une expression algébrique

a) Démontrer que la fonction définie par $f(x) = 2(x+1)^2 - 5$ admet un minimum, que l'on précisera.
b) Démontrer que la fonction définie par $g(x) = 3 - (x-2)^2$ admet un maximum, que l'on précisera.

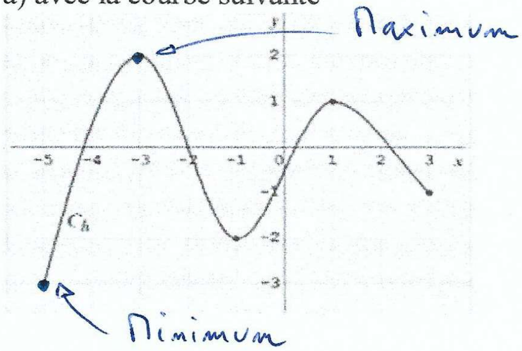
Exercice 4 : *Cet exercice va nous amener à utiliser des informations pour obtenir le tableau de variations d'une fonction, afin d'en déduire le minimum et le maximum de la fonction.*

La fonction f est définie sur $[-1 ; 5]$. On sait qu'elle est croissante sur $[-1 ; 2]$ et sur $[3 ; 5]$ mais décroissante sur $[2 ; 3]$. On sait, de plus, que $f(-1) = -2$; $f(2) = 4$; $f(3) = -3$; $f(5) = 1$.
a) Donner le tableau de variations de f.
b) Quel est le minimum de f ?
c) Quel est le maximum de f ?

→ *voici les réponses !!*

Exercice 1

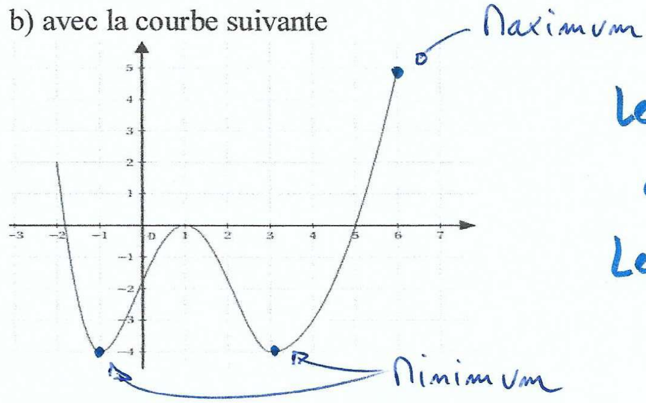
a) avec la courbe suivante



Le maximum est égal à 2, et il est atteint en -3.

Le minimum est égal à -3, et il est atteint en -5

b) avec la courbe suivante



Le maximum est égal à 5, et il est atteint en 6.

Le minimum est égal à -4, et il est atteint en deux valeurs : -1 et 3.

Exercice 2

a) avec le tableau suivant

x	-5	2	4	10
$f(x)$	8	1 (Minimum)	9 (Maximum)	3

Le maximum est égal à 9, et il est atteint en 4.

Le minimum est égal à 1, et il est atteint en 2.

b) avec le tableau suivant

x	-4	-2	0	4	6
$f(x)$	-1	4 (Maximum)	-3 (Minimum)	3	1

Le maximum est égal à 4, et il est atteint en -2.

Le minimum est égal à -3, et il est atteint en 0.

Exercice 3

a) avec la fonction définie par $f(x) = 2(x+1)^2 - 5$

On a : $f(-1) = 2(-1+1)^2 - 5 = 2 \times 0 - 5 = -5$

et pour tout $x \neq -1$, on a : $(x+1)^2 > 0$

soit $2(x+1)^2 > 0$

soit $2(x+1)^2 - 5 > -5$

soit $f(x) > -5$

Donc on a $f(-1) = -5$ et $f(x)$ qui est toujours supérieur à -5

→ -5 est le minimum de f et ce minimum est atteint en -1.

b) avec la fonction définie par $g(x) = 3 - (x-2)^2$

on peut aussi écrire $g(x) = -(x-2)^2 + 3$!

On a $g(2) = 3 - (2-2)^2 = 3 - 0 = 3$.

et pour tout $x \neq 2$, on a : $(x-2)^2 > 0$

soit $-(x-2)^2 < 0$

soit $3 - (x-2)^2 < 3$

soit $g(x) < 3$

Donc on a $g(2) = 3$ et $g(x)$ qui est toujours inférieur à 3

→ 3 est le maximum de g et ce maximum est atteint en 2.

Exercice 4

a) On obtient le tableau de variations suivant

x	-1		2		3		5
$f(x)$	-2	↗	4 max	↘	-3 min	↗	1

b) Le minimum est -3 et il est atteint en 3.

c) Le maximum est 4 et il est atteint en 2.