La forme la plus adaptée d'une expression : exemple 2

Le principe de cet *exercice type* sera d'écrire une expression avec ses différentes formes (forme *développée*, forme *factorisée* ...). Ensuite, suivant les questions posées, il faudra savoir utiliser telle ou telle forme (c'est à dire *la forme la plus adaptée*).

On va partir de la fonction f définie par $f(x) = (x+5)^2 - 7x(x+5)$

a) Développer et réduire $f(x)$.

On a : $(x+5)^2 - 7x(x+5)$

$= x^2 + 10x + 25 - 7x^2 - 35x$

$= -6x^2 - 25x + 25$ ← c'est l'expression développée

b) Factoriser $f(x)$. → on utilise $(x+5)^2 = (x+5)(x+5)$

On a alors : $(x+5)(x+5) - 7x(x+5)$

$= (x+5)\big((x+5) - 7x\big)$

$= (x+5)(x+5-7x)$

$= (x+5)(-6x+5)$ ← c'est l'expression factorisée

Nous avons maintenant trois formes différentes pour exprimer la fonction : la forme *initiale* donnée par l'énoncé, la forme *développée* et la forme *factorisée*.
Pour les questions suivantes, même si on pourrait prendre n'importe quelle forme, l'enjeu va consister à bien savoir utiliser la forme la plus adaptée.

c) Calculer $f(0)$

On utilise la forme développée car cela va annuler tout ce qui concerne la lettre x.

$\rightarrow f(0) = -6\times\underbrace{0^2}_{0} - 25\underbrace{\times 0}_{0} + 25 = 25$

d) Calculer $f\left(\frac{1}{6}\right)$

On utilise la forme factorisée car on va profiter du fait d'avoir $-6\times\frac{1}{6} = -1$

$\rightarrow f\left(\frac{1}{6}\right) = \left(\frac{1}{6}+5\right)\left(-6\times\frac{1}{6}+5\right)$

$= \frac{31}{6}\times(-1+5) = \frac{31}{6}\times 4 = \frac{62}{3}$

e) Calculer $f(\sqrt{3})$

on utilise la forme développée car le x^2 va permettre de faire "disparaitre" la racine.

$\rightarrow f(\sqrt{3}) = -6\times(\sqrt{3})^2 - 25\sqrt{3} + 25$

$= -6\times 3 - 25\sqrt{3} + 25$

$= -25\sqrt{3} - 18 + 25 = -25\sqrt{3} + 7$

f) Résoudre l'équation $f(x) = 0$

on utilise la forme factorisée car on reconnait une équation produit nul

$\rightarrow$ on résout $(x+5)(-6x+5) = 0$

Un produit de facteurs est nul si un des facteurs est nul

$\rightarrow$ on obtient $x+5=0$ ou $-6x+5=0$

soit $x = -5$ ou $x = \frac{-5}{-6} = \frac{5}{6}$

g) Résoudre l'équation $f(x) = 25$

on utilise la forme développée car on y retrouve ce nombre 25

$\rightarrow$ on résout $-6x^2 - 25x + 25 = 25$

soit $-6x^2 - 25x = 0$

soit $x(-6x-25) = 0$ (en factorisant par x)

$\rightarrow$ on reconnait une équation produit nul

on obtient $x=0$ ou $-6x-25=0$

soit $x=0$ ou $x = -\frac{25}{6}$