

Comment montrer que deux expressions sont égales

On veut, par exemple, montrer qu'on a l'égalité $(x-1)(x+2) - (3x-1) = (x+1)(x-3)$.
Cette question est tirée du brevet 2019 (vous pourrez utiliser la méthode 3 et vous aider de mon corrigé).

L'erreur à ne pas faire

Le fait de remplacer x par un nombre pour vérifier que les résultats sont égaux pour les deux expressions ne suffit pas. Et même si vous remplacez x par un deuxième ou un troisième nombre ...

Des exemples ne peuvent suffire à montrer que l'égalité sera toujours vérifiée !

La méthode 1 : on part de l'expression A, que l'on transforme (en développant, en réduisant ...), et on vérifie que l'on arrive bien finalement à l'expression B.

Exemple : on montre l'égalité $3(x-5)^2 - 32 = 3x^2 - 30x + 43$

On part de $3(x-5)^2 - 32$ que l'on développe.

On obtient $3(x^2 - 10x + 25) - 32$

soit $3x^2 - 30x + 75 - 32$ (en développant par 3)

soit $3x^2 - 30x + 43 \rightarrow$ l'égalité est vérifiée !

La méthode 2 : on fait le chemin "inverse" en passant de l'expression B à l'expression A.

Exemple : on montre l'égalité $2x^2 + 24x + 51 = 2(x+6)^2 - 21$

On part de $2(x+6)^2 - 21$ que l'on développe.

On obtient $2(x^2 + 12x + 36) - 21$

soit $2x^2 + 24x + 72 - 21$ (en développant par 2)

soit $2x^2 + 24x + 51 \rightarrow$ l'égalité est vérifiée !

La méthode 3 : on prend l'expression A que l'on transforme (en la développant en général). On transforme ensuite l'expression B. Et on vérifie que l'on obtient le même résultat final pour les deux.

Exemple : a-t-on l'égalité $(2x-6)(4-x) + 3x^2 + 46 = (x+5)^2 - (5-4x) + 2$?

On développe $(2x-6)(4-x) + 3x^2 + 46$

$$= 8x - 2x^2 - 24 + 6x + 3x^2 + 46$$

$$= -2x^2 + 3x^2 + 8x + 6x - 24 + 46$$

$$= x^2 + 14x + 22$$

On développe $(x+5)^2 - (5-4x) + 2$

$$= x^2 + 10x + 25 - 5 + 4x + 2$$

$$= x^2 + 14x + 22$$

Donc on a bien l'égalité car les résultats sont égaux.

Remarque : c'est avec un peu d'expérience (et donc de l'entraînement) que l'on voit quelle est la méthode qui permet, pour chaque situation, de faire les calculs les plus *simples* et les plus *adaptés*.