

Comment montrer que deux expressions sont égales

L'ensemble du calcul algébrique (*développer, réduire, factoriser ...*) va nous permettre, en classe de Seconde, de transformer des expressions afin d'obtenir une autre forme plus adaptée.

Le but sera de répondre ici à une question du type : **montrer que les expressions $A(x)$ et $B(x)$ sont égales pour toutes les valeurs de x** . On aura globalement trois méthodes pour répondre à cette question.

La méthode 1 : on part de l'expression $A(x)$, que l'on transforme (en développant, en réduisant ...), et on vérifie que l'on arrive bien finalement à l'expression $B(x)$.

Exemple : on montre l'égalité $3(x-5)^2 - 4(2x-1) = 3x^2 - 38x + 79$.

on part de $3(x-5)^2 - 4(2x-1)$ que l'on développe.
on obtient $3(x^2 - 10x + 25) - 4(2x - 1)$

$$= 3x^2 - 30x + 75 - 8x + 4$$
$$= 3x^2 - \underbrace{30x - 8x} + \underbrace{75 + 4}$$
$$= 3x^2 - 38x + 79 \quad \rightarrow \text{c'est bon !}$$

La méthode 2 : on fait le chemin "inverse" en passant de l'expression $B(x)$ à l'expression $A(x)$.

Exemple : on montre l'égalité $x^4 + 2x^3 - x - 2 = (x^2 + x - 2)(x^2 + x + 1)$

on part de $(x^2 + x - 2)(x^2 + x + 1)$
on obtient $x^4 + x^3 + x^2 + x^3 + x^2 + x - 2x^2 - 2x - 2$

$$= x^4 + \underbrace{x^3 + x^3} + \underbrace{x^2 + x^2 - 2x^2} + \underbrace{x - 2x} - 2$$
$$= x^4 + 2x^3 - x - 2 \quad \begin{matrix} 0x^2!! \\ \hookrightarrow -1x = -x \end{matrix}$$

La méthode 3 : on prend l'expression $A(x)$ que l'on transforme (en la développant, en général). On transforme ensuite l'expression $B(x)$. Et on vérifie que l'on obtient le même résultat final pour les deux.

Exemple : a-t-on l'égalité $(2x+6)^2 - (x-4)^2 = (x+10)(3x+2)$?

on développe $(2x+6)^2 - (x-4)^2$

$$= (4x^2 + 24x + 36) - (x^2 - 8x + 16)$$
$$= 4x^2 + 24x + 36 - x^2 + 8x - 16 \quad \rightarrow 3x^2 + 32x + 20$$

on développe $(x+10)(3x+2)$

$$= 3x^2 + 2x + 30x + 20 \quad \rightarrow 3x^2 + 32x + 20$$

\hookrightarrow donc les deux expressions sont bien égales !

Remarque : c'est avec un peu d'expérience (et donc de l'entraînement) que l'on voit quelle est la méthode qui permet, pour chaque situation, de faire les calculs les plus *simples* et les plus *adaptés*. Globalement, il faudra développer et partir de l'expression la plus compliquée afin de la simplifier.