

Comment factoriser une expression : parenthèses et identité remarquable

On va voir ici la dernière possibilité de factorisation à maîtriser et elle n'est pas facile du tout.
On peut considérer qu'on est au niveau d'une classe de 2nde. Bravo si vous le maîtrisez déjà en 3^e !!

L'expression à factoriser

Le but est de factoriser une expression du type $(8x + 6)^2 - (5x + 2)^2$.

On doit remarquer qu'il n'y a pas de facteur commun sur ce type d'expression.

La dernière (et la seule) possibilité sera ici d'utiliser l'identité remarquable IR3 qui nous donne $a^2 - b^2$.

La méthode générale

Une fois que l'on reconnaît $a^2 - b^2$, il faut se souvenir que cela provient de l'expression $(a + b)(a - b)$.

Exemple 1 : on veut factoriser l'expression $(8x + 6)^2 - (5x + 2)^2$

→ on reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$

avec " $8x + 6$ " qui remplacera " a " et " $5x + 2$ " qui remplacera " b ".

$$\begin{aligned} \text{On a } & \underbrace{(8x + 6)}_a^2 - \underbrace{(5x + 2)}_b^2 \\ & = \left(\underbrace{(8x + 6)}_a + \underbrace{(5x + 2)}_b \right) \left(\underbrace{(8x + 6)}_a - \underbrace{(5x + 2)}_b \right) \end{aligned}$$

On met des "grandes" parenthèses dans lesquelles on met les "petites" parenthèses (c'est à dire celles qui correspondent aux expressions qui prennent la place de " a " et de " b ").

Il nous restera alors à réduire l'expression (suppression des parenthèses, réduction).

$$\begin{aligned} \text{on obtient } & (8x + 6 + 5x + 2)(8x + 6 - 5x - 2) \quad \triangle \text{ on change les signes} \\ & = (13x + 8)(3x + 4) \end{aligned}$$

Exemple 2 : on veut factoriser l'expression $(9x - 4)^2 - (6x - 1)^2$

→ on reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$

avec " $9x - 4$ " qui remplacera " a " et " $6x - 1$ " qui remplacera " b ".

$$\begin{aligned} \text{On a } & \underbrace{(9x - 4)}_a^2 - \underbrace{(6x - 1)}_b^2 \\ & = \left(\underbrace{(9x - 4)}_a + \underbrace{(6x - 1)}_b \right) \left(\underbrace{(9x - 4)}_a - \underbrace{(6x - 1)}_b \right) \end{aligned}$$

On met des "grandes" parenthèses dans lesquelles on met les "petites" parenthèses (c'est à dire celles qui correspondent aux expressions qui prennent la place de " a " et de " b ").

Il nous restera alors à réduire l'expression (suppression des parenthèses, réduction).

$$\begin{aligned} \text{On obtient } & (9x - 4 + 6x - 1)(9x - 4 - 6x + 1) \quad \triangle \text{ on change les signes} \\ & = (15x - 5)(3x - 3) \end{aligned}$$