# Les fonctions affines : définition , propriétés

## Définition

Une *fonction affine* sera définie par une expression du type $f(x) = ax + b$, avec $a$ et $b$ nombre réels.
Pour une fonction affine, le nombre $a$ ne peut pas être égal à 0. Si c'est le cas, on n'a pas une fonction affine, mais une *fonction constante*.
Par contre, le nombre $b$ peut lui être nul. On a alors $f(x) = ax$. On parlera alors d'une *fonction linéaire*.

Exemples : $f(x) = 3x - 5$ représente une fonction AFFINE.
$g(x) = -2x + 7$ représente une fonction AFFINE.
$h(x) = 4x$ représente une fonction LINÉAIRE.
$i(x) = 6$ représente une fonction CONSTANTE.

## Représentation graphique d'une fonction affine

***Propriété fondamentale***
La représentation graphique d'une *fonction affine* sera dans tous les cas une ***droite***.

***Définition***
Pour une fonction affine définie par $f(x) = ax + b$, on dira que l'expression $y = ax + b$ est l'*équation réduite de la droite* représentant cette fonction affine.
On parle donc bien de la même chose, avec $f(x)$ pour la fonction, et $y$ pour la droite.

***Cas particulier de la fonction linéaire***
Dans le cas d'une *fonction linéaire* ( si le nombre $b$ est nul), cette droite *passera par l'origine* du repère.

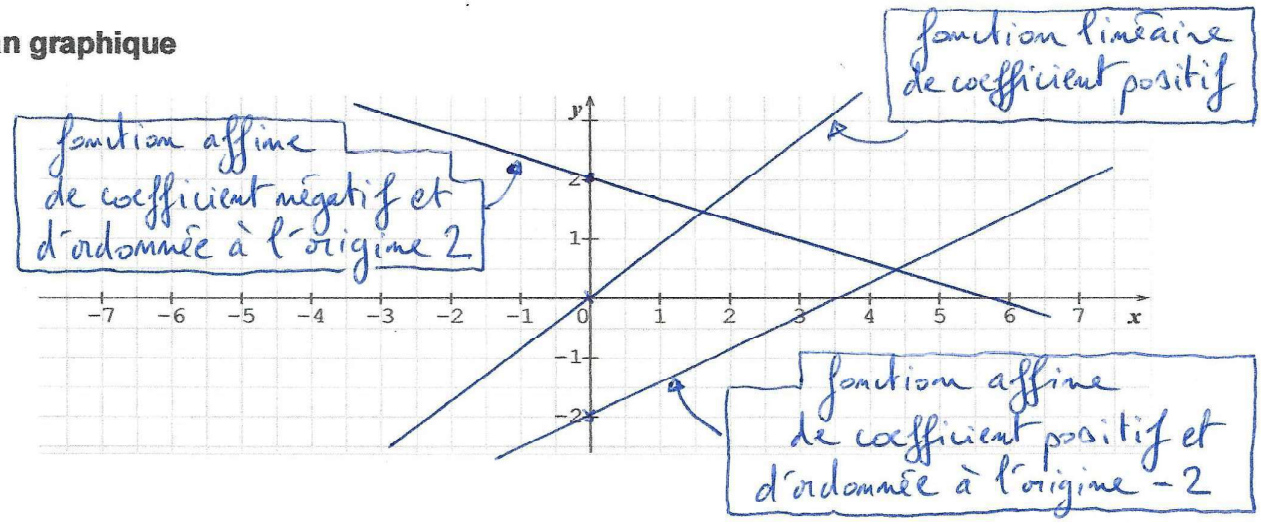
***Définition de l'ordonnée à l'origine***
Si le nombre $b$ n'est pas nul, alors la droite coupe l'axe des ordonnées sur cette valeur $b$, qui s'appelle alors l'*ordonnée à l'origine*.

## Propriété liée au signe du coefficient *a*

Le nombre $a$ s'appelle *le coefficient de la fonction affine* définie par $f(x) = ax + b$.
Et pour la droite d'équation $y = ax + b$, on dira que le nombre $a$ est le *coefficient directeur de la droite*.

Si le coefficient $a$ est *POSITIF*, alors la fonction $f$ est une fonction *CROISSANTE*. La représentation graphique de cette fonction est donc une droite qui "*monte*".
Si le coefficient $a$ est *NEGATIF*, alors la fonction $f$ est une fonction *DECROISSANTE*. La représentation graphique de cette fonction est donc une droite qui "*descend*".

## Bilan graphique



# Comment tracer la droite représentant une fonction affine : avec deux points (on rempace $x$ par deux nombres)

Dans cette fiche, on va (re)voir une *méthode* pour représenter une fonction affine, qui consiste à obtenir ***deux points*** liés à la fonction affine , puis à tracer ***la droite qui passe par ces deux points.***

**Méthode (reprendre éventuellement les fiches de 3e)**

On considère une *fonction affine* définie par $f(x) = ax + b$, dont la représentation graphique est une *droite* ayant pour équation $y = ax + b$. Pour tracer cette droite, on remplace $x$ par deux nombres différents (ce sera ***l'abscisse*** de chacun des deux points) et on calcule l'image de ces nombre par la fonction (on obtient ***l'ordonnée*** des points).

*On rappelle qu'on a le choix de prendre les abscisses $x$ que l'on veut. Mais, une fois le choix fait, les valeurs des ordonnées $y$ seront imposées par le calcul, puisque ce seront les images par la fonction. Du coup, autant choisir des nombres simples, qui permettent des calculs simples.*

**Exemples**

Avec la *fonction affine* définie par $f(x) = 2x - 3$

avec $x = 0$, on a $f(0) = 2 \times 0 - 3 = -3$ → point $A(0 ; -3)$

avec $x = 2$, on a $f(2) = 2 \times 2 - 3 = 1$ → point $B(2 ; 1)$

Avec la *fonction affine* définie par $g(x) = -x + 1$

avec $x = 1$, on a $g(1) = -1 + 1 = 0$ → point $E(1 ; 0)$

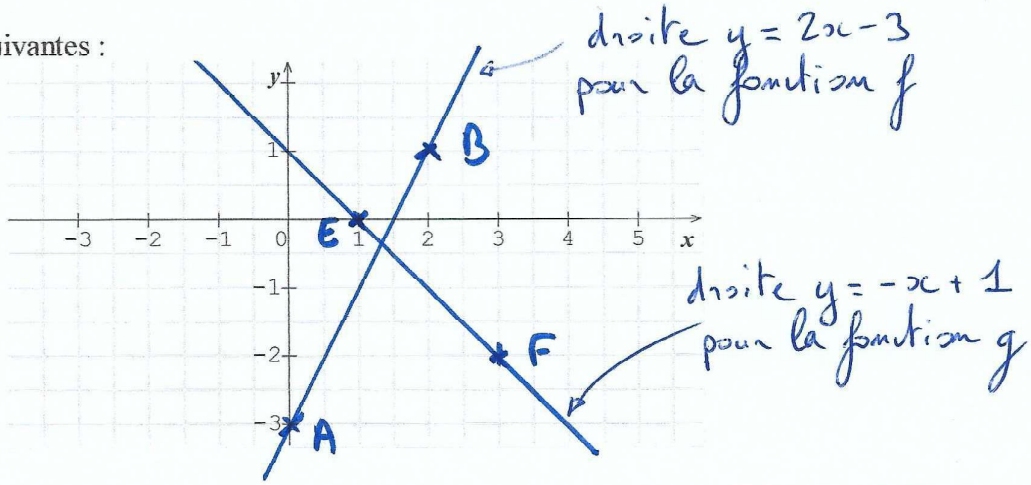
avec $x = 3$, on a $g(3) = -3 + 1 = -2$ → point $F(3 ; -2)$

**→ on a pu prendre l'habitude de "résumer" ces calculs dans des tableaux de valeurs**

| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $f(x)$ | $2 \times 0 - 3 = -3$ | $2 \times 2 - 3 = 1$ |
| *points* | $A(0 ; -3)$ | $B(2 ; 1)$ |

| $x$ | 1 | 3 |
|---|---|---|
| $g(x)$ | $-1 + 1 = 0$ | $-3 + 1 = -2$ |
| *points* | $E(1 ; 0)$ | $F(3 ; -2)$ |

On obtient les droites suivantes :



# Comment tracer la droite représentant une fonction affine : la méthode avec l'ordonnée à l'origine et le coefficient

Dans cette fiche, on va (re)voir une *méthode*, pour représenter une fonction affine, qui consiste à directement utiliser le *coefficient a* et l'*ordonnée à l'origine b* de l'expression $f(x) = a\,x + b$.

**Méthode (reprendre éventuellement les fiches de 3e)**

On considère une *fonction affine* définie par $f(x) = a\,x + b$, dont la représentation graphique est une *droite* ayant pour équation $y = a\,x + b$. Pour tracer cette droite :

- on utilise le nombre $b$ qui est l'*ordonnée à l'origine*. La droite coupera l'*axe des ordonnées* en $b$.
- on utilise le nombre $a$ qui est le *coefficient* (*directeur*). En partant de l'ordonnée à l'origine, on se décale de +1 sur la ligne horizontale des abscisses, et on monte (ou on descend) suivant la valeur de ce coefficient $a$ (***on monte si le coefficient est positif, on descend s'il est négatif***).

→ **un exemple avec la fonction définie par $f(x) = 2\,x + 1$**

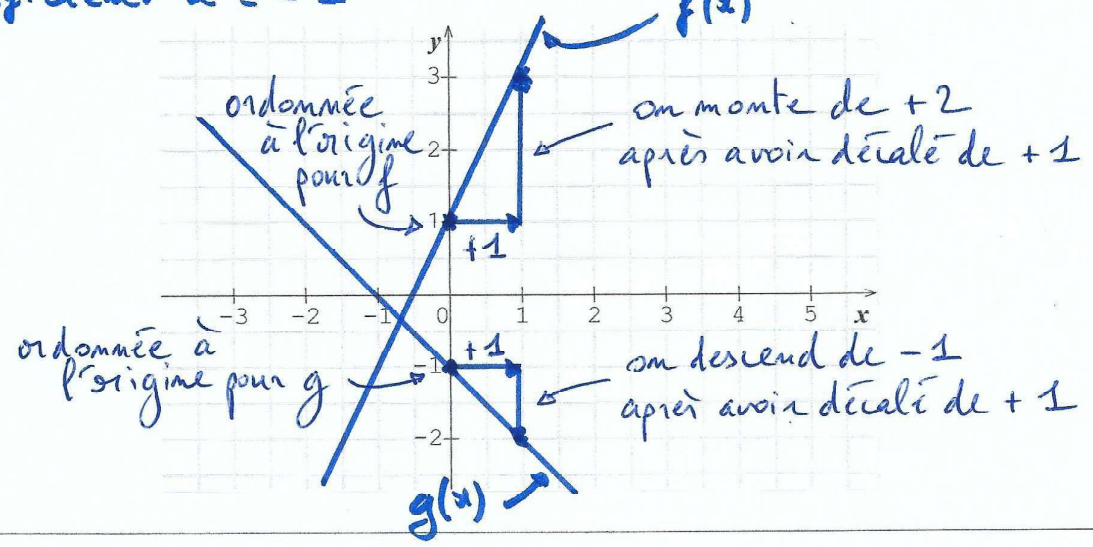
ordonnée à l'origine $b = 1$

coefficient $a = 2$

→ **un exemple avec la fonction définie par $g(x) = -\,x - 1$**

ordonnée à l'origine $b = -1$

coefficient $a = -1$




**Quelques cas particuliers**

Parfois, le coefficient ne permet pas ce travail automatique. On pourra alors utiliser le principe de proportionnalité, qui nous permettra d'avoir des nombres "exploitables".

→ **un exemple avec $f(x) = 0{,}75\,x - 2$**

en décalant de +1, il faudrait monter de 0,75 !!

→ on va décaler de +2, et il faudra donc monter de 1,5.

→ **un exemple avec $f(x) = -\,\frac{1}{3}\,x + 4$**

en décalant de +1, il faudrait descendre de $-\frac{1}{3}$ !!

→ on va décaler de +3, et il faudra donc descendre de −1.

# Comment trouver l'expression d'une fonction affine : avec deux nombres et leur image

On cherchera très souvent, en *2nde*, à retrouver l'expression $f(x) = a\,x + b$ d'une fonction affine.
Pour cela, on aura besoin de connaitre deux couples de valeurs (deux points ou deux images ou ....).
*On a, dans ce chapitre, trois fiches qui vont tenter de balayer l'ensemble des situations rencontrées.*

## Comment bien retranscrire les énoncés

Si l'énoncé vous donne deux nombres et leur image respective (par exemple, $f(1) = 2$ et $f(6) = 22$), alors vous pouvez directement appliquer la méthode suivante !!
Et libre à vous, ensuite, de revenir à cette forme d'écriture, si elle vous convient, pour tous vos exercices.

## Méthode

Elle est à bien suivre et à faire un certain nombre de fois (pour comprendre le rôle de chaque nombre ).
La particularité est que les inconnues à trouver sont les nombres $a$ et $b$ (et non pas $x$ comme si souvent !!).

***On considère ici une fonction affine f pour laquelle on sait que $f(1) = 2$ et $f(6) = 22$***

Les images ou les ordonnées sont en haut et les x sont en bas.

*Etape 1 : on calcule le coefficient a*

*La formule pour calculer ce coefficient est :* $a = \dfrac{f(Xb) - f(Xa)}{Xb - Xa} = \dfrac{Yb - Ya}{Xb - Xa}$

L'ordre des lettres A et B doit être le même en haut et en bas

On peut écrire : $f(\underbrace{1}_{x_A}) = \underbrace{2}_{y_A}$ et $f(\underbrace{6}_{x_B}) = \underbrace{22}_{y_B}$

On calcule : $a = \dfrac{22 - 2}{6 - 1} = \dfrac{20}{5} = 4 \rightarrow a = 4$

($y_B$ en haut, $y_A$ en haut, $x_B$ en bas, $x_A$ en bas)

*Etape 2 : on calcule la valeur du nombre b*

$a = 4 \rightarrow$ la fonction peut donc s'écrire $f(x) = 4x + b$
et, avec le point A, on sait qu'en remplaçant x par 1, on obtient une image égale à 2.
On écrit alors : $2 = 4 \times 1 + b$ ($f(x_A)$ ; $x_A$)

$\rightarrow$ on résout : $2 = 4 + b \rightarrow b = 2 - 4 = -2$

*Conclusion :*

On obtient $a = 4$ et $b = -2 \rightarrow f(x) = \underbrace{4}_{a}x - \underbrace{2}_{b}$

**Remarque** : dans l'étape 2, on a utilisé les valeurs concernant le "point A". N'hésitez pas à vérifier que l'on aurait obtenu le même résultat pour $b$ si on avait utilisé les valeurs du "point B".

# Comment trouver l'expression d'une fonction affine : avec les coordonnées de deux points

On cherchera très souvent, en *2nde*, à retrouver l'expression $f(x) = a\,x + b$ d'une fonction affine.
Pour cela, on aura besoin de connaitre deux couples de valeurs (deux points ou deux images ou ....).
*On a, dans ce chapitre, trois fiches qui vont tenter de balayer l'ensemble des situations rencontrées.*

## Comment bien retranscrire les énoncés

Si l'énoncé vous donne deux points avec leurs coordonnées (par exemple, A ( - 3 ; 9 ) et B ( 2 ; - 1 )), alors vous pouvez directement appliquer la méthode suivante !!
Et libre à vous, ensuite, de revenir à cette forme d'écriture, si elle vous convient, pour tous vos exercices

## Méthode

Elle est à bien suivre et à faire un certain nombre de fois (pour comprendre le rôle de chaque nombre).
La particularité est que les inconnues à trouver sont les nombres *a* et *b* (et non pas *x* comme si souvent !!).

***On considère une fonction affine f dont la droite passe par les deux points A ( - 3 ; 9 ) et B ( 2 ; - 1 )***

*Etape 1 : on calcule le coefficient a*

Les images ou les ordonnées sont en haut et les x sont en bas

*La formule pour calculer ce coefficient est :* $a = \dfrac{f(Xb) - f(Xa)}{Xb - Xa} = \dfrac{Yb - Ya}{Xb - Xa}$

L'ordre des lettres A et B doit être le même en haut et en bas.

on peut écrire : $A(\underbrace{-3}_{x_A} ; \underbrace{9}_{y_A})$ et $B(\underbrace{2}_{x_B} ; \underbrace{-1}_{y_B})$

on calcule : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-1-9}{2-(-3)} = \dfrac{-10}{5} = -2 \rightarrow a = -2$

*Etape 2 : on calcule la valeur du nombre b*

$a = -2$ → la fonction peut donc s'écrire $f(x) = -2x + b$
et, avec le point A, on sait qu'en remplaçant x par - 3, on obtient une image égale à 9.
on écrit alors : $9 = -2 \times (-3) + b$ ($f(x_A)$ ou $y_A$ ; $x_A$)
→ on résout : $9 = 6 + b \rightarrow b = 9 - 6 = 3$

*Conclusion :*

On obtient $a = -2$ et $b = 3$ → $f(x) = \underbrace{-2x}_{a} + \underbrace{3}_{b}$

**Remarque** : dans l'étape 2, on a utilisé les valeurs concernant le "point A". N'hésitez pas à vérifier que l'on aurait obtenu le même résultat pour *b* si on avait utilisé les valeurs du "point B".

# Comment trouver l'expression d'une fonction affine : avec la droite tracée dans un repère

On cherchera très souvent, en *2nde*, à retrouver l'expression $f(x) = a\,x + b$ d'une fonction affine.
Pour cela, on aura besoin de connaitre deux couples de valeurs (deux points ou deux images ou ....).
*On a, dans ce chapitre, trois fiches qui vont tenter de balayer l'ensemble des situations rencontrées.*

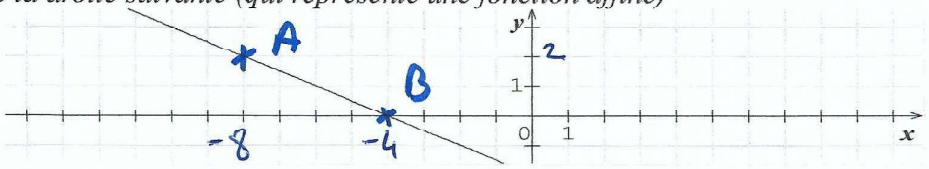
## Comment bien retranscrire les énoncés

Si l'énoncé vous donne directement la droite, il faut visualiser deux points sur cette droite et bien indiquer leurs coordonnées sur votre feuille. Et vous pouvez directement appliquer la méthode suivante !!

## Méthode

Elle est à bien suivre et à faire un certain nombre de fois (pour comprendre le rôle de chaque nombre).
La particularité est que les inconnues à trouver sont les nombres $a$ et $b$ (et non pas $x$ comme si souvent !!).

*On nous donne la droite suivante (qui représente une fonction affine)*




*Etape préliminaire : on trouve deux points sur ce graphique*

On a pris A(-8 ; 2) et B(-4 ; 0)

Les images ou les ordonnées sont en haut et les $x$ sont en bas

*Etape 1 : on calcule le coefficient a*

*La formule pour calculer ce coefficient est :* $a = \dfrac{f(Xb) - f(Xa)}{Xb - Xa} = \dfrac{Yb - Ya}{Xb - Xa}$

L'ordre des lettres A et B doit être le même en haut et en bas.

On calcule : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{0 - 2}{-4 - (-8)} = \dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2} = -0{,}5$

*Etape 2 : on calcule la valeur du nombre b*

$a = -0{,}5$ → la fonction peut donc s'écrire $f(x) = -0{,}5x + b$,
et, avec le point A, on sait qu'en remplaçant $x$ par $-8$,
on obtient une image égale à 2.
On écrit alors : $2 = -0{,}5 \times (-8) + b$
($f(x_A)$ ou $y_A$ ; $x_A$)
→ On résout : $2 = 4 + b \rightarrow b = 2 - 4 = -2$

*Conclusion :*

On obtient $a = -0{,}5$ et $b = -2$ → $f(x) = \underbrace{-0{,}5}_{a}x \underbrace{-2}_{b}$

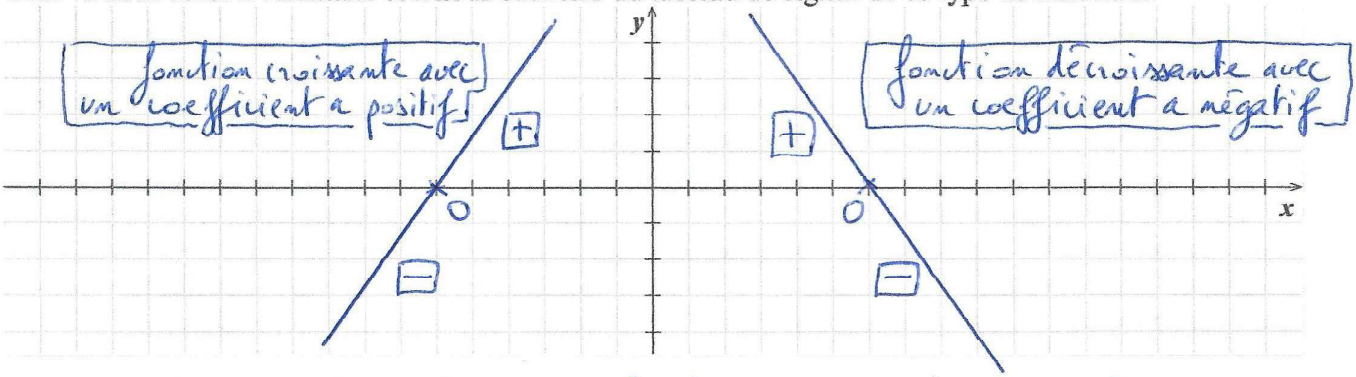
**Remarque** : dans l'étape 2, on a utilisé les valeurs concernant le "point A". N'hésitez pas à vérifier que l'on aurait obtenu le même résultat pour $b$ si on avait utilisé les valeurs du "point B".

# Comment faire le tableau de signes d'une fonction affine : la méthode

C'est un *résultat essentiel* de la classe de Seconde (ce qui ne veut pas dire que c'est compliqué).
Il faut savoir, sans hésiter, donner le ***tableau de signes d'une fonction affine***.

En sachant que parmi toutes les fonctions affines que vous rencontrerez en mathématiques ,
***il n'y a que DEUX possibilités de tableau de signes*** !!

On va se rappeler que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.
Cela va nous aider à visualiser et à nous souvenir du tableau de signes de ce type de fonctions.




Pour trouver la valeur de l'abscisse pour laquelle la fonction affine est égale à 0 et change de signe, il y a deux méthodes :
- on résout l'équation $ax+b=0$ et on trouve $x=-\frac{b}{a}$.
- on retient directement par coeur cette valeur $-\frac{b}{a}$.

**Les deux possibilités de tableaux de signes**

*Cas n°1: **avec un coefficient a de la fonction qui est POSITIF** ( la fonction est donc CROISSANTE )*

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{b}{a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *Signes de $ax+b$* | | $-$ | $0$ | $+$ | |

*Cas n°2: **avec un coefficient a de la fonction qui est NEGATIF** (la fonction est donc DECROISSANTE)*

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{b}{a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *Signes de $ax+b$* | | $+$ | $0$ | $-$ | |

# Comment faire le tableau de signes d'une fonction affine : les exemples

**Exemple 1** : avec la fonction *affine* définie par $f(x) = 2x - 6$

Le coefficient 2 est positif.
On aura un tableau du type ( − 0 + ).

On résout $2x - 6 = 0 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{2} \rightarrow x = 3$

| $x$ | $-\infty$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *Signes de* $2x - 6$ | | − | 0 | + | |

**Exemple 2** : avec la fonction *affine* définie par $g(x) = -3x - 15$

Le coefficient − 3 est négatif.
On aura un tableau du type ( + 0 − ).

On résout $-3x - 15 = 0 \rightarrow -3x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{-3} \rightarrow x = -5$

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *Signes de* $-3x - 15$ | | + | 0 | − | |

**Exemple 3** : avec la fonction *linéaire* définie par $h(x) = 5x$

Le coefficient 5 est positif.
On aura un tableau du type ( − 0 + ).

On résout $5x = 0 \rightarrow x = \frac{0}{5} = 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *Signes de* $5x$ | | − | 0 | + | |

# Comment faire le tableau de signes d'un produit de fonctions affines

## La méthode

- En premier , on détermine les nombres qui annulent chacune des fonctions affines (en résolvant l'équation ou avec la formule $\frac{-b}{a}$ ) afin de bien les placer ***dans l'ordre croissant*** .
- Ensuite, en traçant des "pointillés", vous créerez les "cases" dans lesquelles vous mettrez les signes de chacune des fonctions affines concernées.
- Chaque signe final s'obtient en respectant la *règle des signes du produit* de deux nombres !!

## Exemple 1

On va donner le tableau de signes de la fonction définie par $f(x)=(4x-12)(2x-4)$.
Cette fonction est constituée par le produit de deux fonctions affines.

On résout : $4x-12=0$ et $2x-4=0$

$4x=12$ $\quad$ $2x=4$

$x=\frac{12}{4}$ $\quad$ $x=\frac{4}{2}$

$x=3$ $\quad$ $x=2$

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Signes de $4x-12$* | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | |
| *Signes de $2x-4$* | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | |
| *Signes de $(4x-12)(2x-4)$* | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | |

## Exemple 2

On va donner le tableau de signes de la fonction définie par $f(x)=(3x+6)(-5x+20)$.
Cette fonction est également constituée par le produit de deux fonctions affines.

On résout : $3x+6=0$ et $-5x+20=0$

$3x=-6$ $\quad$ $-5x=-20$

$x=\frac{-6}{3}$ $\quad$ $x=\frac{-20}{-5}$

$x=-2$ $\quad$ $x=4$

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Signes de $3x+6$* | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | |
| *Signes de $-5x+20$* | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | |
| *Signes de $(3x+6)(-5x+20)$* | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | | |

# Comment faire le tableau de signes d'un quotient de fonctions affines

On va donner le tableau de signes de la fonction définie par $f(x) = \dfrac{(x-2)(-4x-12)}{x+4}$

La méthode générale va être la même que celle pour le produit de fonctions affines MAIS on fera attention ici au nombre – 4 qui est une valeur interdite, car ce nombre annule le dénominateur et qu'il est impossible de diviser par zéro !!

**La méthode**

- En premier , on détermine les nombres qui annulent chacune des fonctions affines (en résolvant l'équation ou avec la formule $\dfrac{-b}{a}$ ) afin de bien les placer ***dans l'ordre croissant*** .
- Ensuite, en traçant des "pointillés", vous créerez les "cases" dans lesquelles vous mettrez les signes de chacune des fonctions affines concernées.
- Chaque signe final s'obtient en respectant la *règle des signes du produit ou du quotient* de plusieurs nombres !!
- On ajoutera une "double barre" pour chaque valeur interdite.

On résout :

$x - 2 = 0$ et $-4x - 12 = 0$ et $x + 4 = 0$

$x = 2$ ; $-4x = 12$ ; $x = -4$

$x = \dfrac{12}{-4}$

$x = -3$

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $-3$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Signes de* $x-2$ | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | |
| *Signes de* $-4x-12$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | | |
| *Signes de* $x+4$ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | | |
| *Signes de* $\dfrac{(x-2)(-4x-12)}{x+4}$ | $+$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | | |

↑ $-4$ est une valeur interdite

# Application : comment résoudre une inéquation

Cette question nous amènera, en fait, à toujours réaliser des tableaux des signes !

**Exemple 1** : résoudre l'inéquation $(5x-10)(-4x-20) \leqslant 0$

Cette question est, en fait, une *question indirecte*.
En effet, derrière cette question, la "vraie" compétence demandée est la *réalisation du tableau de signes du produit de fonctions affines* $(5x-10)(-4x-20)$.
L'ensemble solution sera constitué des intervalles pour lesquels le signe final est ici négatif (car on veut ici résoudre une inéquation $\leqslant 0$).

On résout : $5x-10=0$ et $-4x-20=0$

$5x=10$ $\quad -4x=20$

$x=\frac{10}{5}=2$ $\quad x=\frac{20}{-4}=-5$

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Signes de* $(5x-10)$ | $-$ | | $\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| *Signes de* $(-4x-20)$ | $+$ | | $0$ | $-$ | $\|$ | $-$ | |
| *Signes de* $(5x-10)(-4x-20)$ | $-$ | | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| | $\leqslant 0$ | | | | | $\leqslant 0$ | |

L'ensemble solution est : $S=]-\infty;-5] \cup [2;+\infty[$

crochet fermé car on peut être égal

**Exemple 2** : résoudre l'inéquation $(-2x+8)(3x+21) > 0$

Dans cet exemple, l'ensemble solution sera constitué des intervalles pour lesquels le signe final est ici strictement positif (car on veut ici résoudre une inéquation $> 0$).

On résout : $-2x+8=0$ et $3x+21=0$

$-2x=-8$ $\quad 3x=-21$

$x=\frac{-8}{-2}=4$ $\quad x=-\frac{21}{3}=-7$

| $x$ | $-\infty$ | | $-7$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Signes de* $(-2x+8)$ | $+$ | | $\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| *Signes de* $(3x+21)$ | $-$ | | $0$ | $+$ | $\|$ | $+$ | |
| *Signes de* $(-2x+8)(3x+21)$ | $-$ | | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| | | | | $>0$ | | | |

L'ensemble solution est : $S=]-7;4[$

crochet ouvert car on ne peut pas être égal

# Comment résoudre une inéquation : exemple avec une factorisation

En classe de seconde, tant que l'on n'a pas de nouveaux outils mathématiques, il faudra toujours se ramener à une inéquation *avec 0 dans le membre de droite*.
Il faudra donc faire les transformations nécessaires (*factoriser*, "*faire passer les nombres*", *réduire au même dénominateur* .. ) pour retrouver des situations traitées dans les fiches précédentes.

**Exemple** : résoudre l'inéquation $(2x+3)^2 \leqslant (x-1)^2$

Il va falloir factoriser l'expression en utilisant l'égalité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.
On obtiendra alors un produit de fonctions affines, dont on fait le tableau de signes, comme sur une fiche précédente, afin de résoudre l'inéquation.

On a :

$$(2x+3)^2 \leqslant (x-1)^2$$
$$\rightarrow (2x+3)^2 - (x-1)^2 \leqslant 0$$
$$\rightarrow ((2x+3)-(x-1))((2x+3)+(x-1)) \leqslant 0$$
$$\rightarrow (2x+3-x+1)(2x+3+x-1) \leqslant 0$$
$$\rightarrow (x+4)(3x+2) \leqslant 0$$

On résout : $x+4=0$ et $3x+2=0$

$x = -4$ $\quad$ $3x = -2$

$x = -\frac{2}{3}$

bien garder la valeur exacte

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $-\frac{2}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Signes de* $(x+4)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\|$ | $+$ | |
| *Signes de* $(3x+2)$ | | $-$ | $\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| *Signes de* $(x+4)(3x+2)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

$\leq 0$

L'ensemble solution est : $S = \left[-4 ; -\frac{2}{3}\right]$

# Comment résoudre une inéquation : exemple avec un quotient

En classe de seconde, tant que l'on n'a pas de nouveaux outils mathématiques, il faudra toujours se ramener à une inéquation *avec 0 dans le membre de droite*.
Il faudra donc faire les transformations nécessaires (*factoriser*, "*faire passer les nombres*", *réduire au même dénominateur* .. ) pour retrouver des situations traitées dans les fiches précédentes.

**Exemple** : résoudre l'inéquation $\frac{x+1}{x-2} < 3$

On commence par faire passer le 3 à gauche afin de bien avoir le nombre 0 dans le membre de droite.
On réduit alors au même dénominateur afin d'avoir un quotient de fonctions affines, dont on fait le tableau de signes, comme sur une fiche précédente, afin de résoudre l'inéquation.

On a : $\frac{x+1}{x-2} < 3$

$\rightarrow \frac{x+1}{x-2} - 3 < 0$

$\rightarrow \frac{x+1-3(x-2)}{x-2} < 0$

$\rightarrow \frac{x+1-3x+6}{x-2} < 0$ soit $\frac{-2x+7}{x-2} < 0$

On résout : $-2x+7=0$ et $x-2=0$

$-2x = -7$ $\quad x = 2$

$x = \frac{-7}{-2} = 3,5$

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $3,5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Signes de* $(-2x+7)$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| *Signes de* $(x-2)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| *Signes de* $\frac{-2x+7}{x-2}$ | | $-$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| | | $< 0$ | valeur interdite | | | $< 0$ | |

L'ensemble solution est : $S = ]-\infty ; 2[ \cup ]3,5 ; +\infty[$