Equation-inéquation "de base" avec la fonction *logarithme néperien*

Point de départ

Il faudra se souvenir que les fonctions $x \to e^x$ et $x \to \ln x$ sont *réciproques* l'une par rapport à l'autre.
Comme pour les fonctions *carré* et *racine carrée* , cela donne une propriété ***fondamentale*** de calculs !

Pour tout $x \in]-\infty ; +\infty[$, on a $\ln(e^x) = x$

Pour tout $x \in]0 ; +\infty[$, on a $e^{\ln x} = x$

Résolution des équations et inéquations avec la fonction exponentielle

On appliquera la fonction *exponentielle* à la fonction *ln* afin de pouvoir isoler la lettre x .
En langage courant, on dira que l'on fait "*disparaitre le ln à l'aide de l'exponentielle* " !
Il faudra juste bien veiller à ce qu'il n'y ait "*rien*" d'intercalé entre ces deux fonctions réciproques.

Exemple 1 : on résout l'équation $\ln x = 6$

→ on peut appliquer la fonction exponentielle

On obtient $e^{\ln x} = e^6$

soit $x = e^6$

On pourra, à terme, donner directement la solution de ce type d'équation élémentaire.

$\ln x = 4 \longrightarrow x = e^4$

$\ln x = 0 \longrightarrow x = e^0 = 1$

$\ln x = -7 \longrightarrow x = e^{-7}$

Exemple 2 : on résout l'inéquation $4 - 2\ln(3x+1) < 0$

→ on doit transformer cette inégalité avant de pouvoir appliquer la fonction exponentielle.

on obtient $-2\ln(3x+1) < -4$

soit $\ln(3x+1) > \underbrace{-4 : (-2)}_{=2}$

⚠ on a divisé par un nombre négatif

soit $e^{\ln(3x+1)} > e^2$

on a pu appliquer la fonction exponentielle qui est croissante et qui, donc, conserve l'ordre !

On obtient : $3x + 1 > e^2 \longrightarrow x > \dfrac{e^2 - 1}{3}$