Equation-inéquation "de base" avec la fonction *exponentielle*

Point de départ

Il faudra se souvenir que les fonctions $x \to e^x$ et $x \to \ln x$ sont *réciproques* l'une par rapport à l'autre.
Comme pour les fonctions *carré* et *racine carrée* , cela donne une propriété ***fondamentale*** de calculs !

Pour tout $x \in]-\infty ; +\infty[$, on a $\ln(e^x) = x$
Pour tout $x \in]0 ; +\infty[$, on a $e^{\ln x} = x$

Résolution des équations et inéquations avec la fonction exponentielle

On appliquera la fonction *ln* à la fonction *exponentielle* afin de pouvoir isoler la lettre x .
En langage courant, on dira que l'on fait "*disparaitre l'exponentielle à l'aide du ln* " !
Il faudra juste bien veiller à ce qu'il n'y ait "*rien*" d'intercalé entre ces deux fonctions réciproques.

Exemple 1 : on résout l'équation $e^x = 4$

→ on peut appliquer la fonction ln.
on obtient $\ln e^x = \ln 4$
soit $x = \ln 4$

On pourra, à terme, donner directement la solution de ce type d'équation élémentaire.

$e^x = 7 \longrightarrow x = \ln 7$
$e^x = 0,5 \longrightarrow x = \ln 0,5$

Et il faudra se souvenir que certaines équations avec *exponentielle* n'ont pas de solution !!

$e^x = 0 \longrightarrow$ impossible
$e^x = -3 \longrightarrow$ impossible

Les valeurs d'une exponentielle sont strictement positives !!

Exemple 2 : on résout l'inéquation $2\,e^{-5x+1} - 6 > 0$

→ on doit transformer cette inégalité avant de pouvoir appliquer la fonction ln.
On obtient $2e^{-5x+1} > 6$
soit $e^{-5x+1} > 3$
on peut appliquer la fonction ln qui est croissante et qui, donc, conserve l'ordre !
On a : $\ln(e^{-5x+1}) > \ln 3$

$\rightarrow -5x+1 > \ln 3$ soit $x < \dfrac{\ln 3 - 1}{-5}$

on a divisé par (-5) qui est négatif.