Comment retrouver l'expression d'une fonction affine à l'aide de deux nombres et de leur image

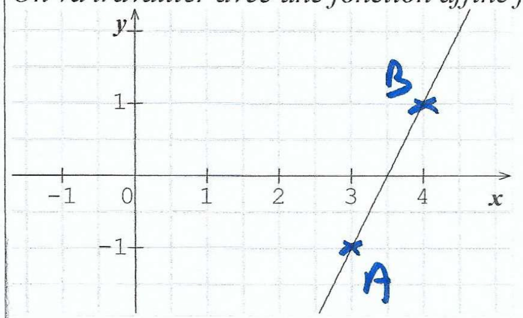
Le but reste toujours bien de retrouver la valeur de a et la valeur de b de l'expression $a\,x + b$.
Ce type d'énoncé se retrouve plutôt en Seconde (mais on peut tout à fait le voir en Troisième)

Comment bien retranscrire les énoncés

Que l'énoncé nous donne *deux points avec leurs coordonnées* (ici A (3 ; - 1) et B (4 ; 1)) ou *deux nombres avec leur image* (ici $f(3) = -1$ et $f(4) = 1$), c'est en fait la même chose et la méthode suivante pourra s'appliquer de la même façon.

Méthode

On va travailler avec une fonction affine f dont on donne la représentation graphique



pour ces deux points A et B, on peut écrire :

$A\,(\underbrace{3}_{x_a}\,;\underbrace{-1}_{y_a})$ et $B\,(\underbrace{4}_{x_b}\,;\underbrace{1}_{y_b})$

ou $f(\underbrace{3}_{x_a}) = \underbrace{-1}_{y_a}$ et $f(\underbrace{4}_{x_b}) = \underbrace{1}_{y_b}$

Etape 1 : on calcule le coefficient a

La formule pour calculer ce coefficient est : $a = \dfrac{f(Xb) - f(Xa)}{Xb - Xa} = \dfrac{Yb - Ya}{Xb - Xa}$

→ on doit TOUJOURS écrire les abscisses x en BAS
→ l'ordre des lettres A et B doit être le même en haut et en bas.

On calcule : $a = \dfrac{\overset{y_b}{1} - \overset{y_a}{(-1)}}{\underset{x_b}{4} - \underset{x_a}{3}} = \dfrac{2}{1} = 2 \rightarrow a = 2$

Etape 2 : on calcule la valeur du nombre b

$a = 2$ → la fonction peut donc s'écrire $f(x) = 2x + b$
et, avec le point A, on sait qu'en remplaçant x par 3, on obtient une image égale à -1.
On écrit alors : $\underset{f(x_a)}{-1} = 2 \times \underset{x_a}{3} + b$

→ on résout : $-1 = 6 + b \rightarrow b = -1 - 6 = -7$

Conclusion :

On obtient $a = 2$ et $b = -7$ → $f(x) = \underbrace{2}_{a}x - \underbrace{7}_{b}$

Remarque

Dans l'étape 2, on a utilisé les valeurs qui concernent le point A.
On trouverait le même résultat pour le nombre b en utilisant les valeurs qui concernent le point B.