

Seuil, intervalle de fluctuation centré et validation d'hypothèse

Les exercices qui vont suivre maintenant vont synthétiser les compétences vues dans l'ensemble du chapitre. L'intérêt va être de valider ou non une hypothèse, en tenant compte d'un certain seuil (que l'on pourra appréhender comme une marge d'erreur acceptable).

Énoncé 1 (d'après Bac)

Un fabricant d'électroménager affirme que seulement 3% de ces appareils fabriqués ont un défaut. On teste cette affirmation en tirant au hasard 1 500 appareils parmi ceux fabriqués. On appelle D la variable aléatoire donnant le nombre d'appareils avec défaut.

Question 1 : Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire D ?

On peut considérer que D suit une loi binomiale $B(1500; 0,03)$ car on effectue un tirage de façon indépendante et dans les mêmes conditions avec deux issues possibles (D ou \bar{D})

Question 2 : En déduire un intervalle de fluctuation centré au seuil de 95% (on applique la fiche 12).

$a = 33 \rightarrow$ on rappelle la condition $p(X < a) \leq 0,025$
 $b = 58 \rightarrow$ on rappelle la condition $p(X \leq b) \geq 0,975$
On obtient $I = [33; 58]$.

Question 3 : On vérifie que, sur les 1500 appareils testés, il y en a 40 qui ont un défaut. Ce test remet-il en cause l'affirmation du fabricant ?

On a $40 \in I \rightarrow$ le fabricant est dans la marge.
On ne remet pas en cause son affirmation (au seuil de 95%)

Énoncé 2 (d'après Bac)

Un groupe pharmaceutique affirme qu'un de ces vaccins est efficace à 92%. Pour tester cette hypothèse, on tire au hasard 400 patients vaccinés et on vérifie s'ils sont guéris ou non. On appelle V la variable aléatoire donnant le nombre de patients guéris à l'aide de ce vaccin.

Question 1 : Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire V ?

La variable V suit une loi binomiale $(400; 0,92)$ pour des raisons similaires à l'énoncé précédent !

Question 2 : En déduire un intervalle de fluctuation centré au seuil de 95% (on applique la fiche 12).

$a = 356 \rightarrow$ on rappelle la condition $p(X < a) \leq 0,025$
 $b = 378 \rightarrow$ on rappelle la condition $p(X \leq b) \geq 0,975$
On obtient $I = [356; 378]$

Question 3 : On vérifie que, sur les 400 patients, il y en a 350 qui sont guéris. Ce test remet-il en cause l'affirmation du groupe pharmaceutique ?

On a $350 \notin I \rightarrow$ on est au delà de la marge d'erreur.
On peut remettre en cause l'affirmation proposée !