Comment trouver le plus petit entier k tel que $P (X \leqslant k) \geqslant p$

On a déjà appris à répondre à cette question sur une fiche précédente (*la fiche 5 de ce chapitre*).
Mais il est bon ici de faire un point sur les différentes possibilités offertes par votre calculatrice.

Un exemple d'énoncé

On considère une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale $B (20 ; 0,2)$ avec $n = 20$ et $p = 0,2$.
On veut trouver le plus petit entier k tel que $P (X \leqslant k) \geqslant 0,9$.

Un rappel important des touches vues sur les *fiches 3 et 4 de ce chapitre*

Avec cette loi binomiale $B (20 ; 0,2)$, on peut avec la *Ti 83 Premium* (par exemple) :

- utiliser la touche "***BinomFdp***" (voir la *fiche 3*) pour calculer des probabilités du type $P (X = ...)$
  On obtiendrait $P (X = 0) \approx 0,0115$; $P (X = 1) \approx 0,0576$; $P (X = 2) \approx 0,1369$
- utiliser la touche "***BinomFRep***" (voir la *fiche 4*) pour calculer des probabilités du type $P (X \leqslant ...)$
  On obtiendrait $P (X \leqslant 2) \approx 0,206$

On peut vérifier, en faisant la somme $P (X = 0) + P (X = 1) + P (X = 2)$, que l'on obtient $P (X \leqslant 2)$.

Que signifie alors clairement l'énoncé proposé ?

La calculatrice nous permet de trouver "*à partir de quel entier k*" on dépasse 0,9 en ajoutant au fur et à mesure les probabilités $P (X = 0) + P (X = 1) + ... + P (X = k)$, somme qui correspond bien à $P (X \leqslant k)$.

Méthode 1 : la moins bonne car la moins adaptable aux différentes situations

On peut utiliser la touche "***InvBinom***". Cette méthode a été vue sur la *fiche 5 de ce chapitre*.

Avec l'énoncé proposé, on va utiliser les touches : ***2nde – distrib – InvBinom***
On obtient l'écran suivant en le complétant :

aire : 0,9
nbreEssais : 20
p : 0,2

Conclusion : le résultat obtenu est égal à 6 et c'est la réponse à la question posée.
Ce nombre 6 est le premier entier qui nous permet d'affirmer $P (X \leqslant 6) \geqslant 0,9$.

Le souci de cette méthode est d'être trop peu adaptable si on change d'inégalités avec $<$ ou $>$.

Méthode 2 : c'est celle qu'il faudra privilégier pour la suite du chapitre

Cette méthode va nous amener à utiliser un tableau de valeurs. Elle a l'énorme avantage de faire apparaitre le tableau avec les sommes obtenues en additionnant les probabilités au fur et à mesure.

On utilise la touche f (x) dans laquelle on rentre BinomFrep en tant que fonction de la variable X.
On commence en tapant sur la touche : ***f (x)***
On complète l'écran qui s'affiche (***Y1 = ...***) en tapant : ***2nde – distrib – BinomFrep***
On obtient alors l'écran suivant en le complétant :

nbreEssais : 20
p : 0,2
valeur de x : X

On obtient alors sur l'écran : ***Y1 = binomFrep (20 , 0.2 , X)***
Et on affiche le tableau de valeurs en tapant : ***2nde – table***
Ce tableau de valeurs nous fournit les valeurs successives de $P (X \leqslant 0)$, $P (X \leqslant 1)$, $P (X \leqslant 2)$ .. etc ...
On observe alors que $P (X \leqslant 5) \approx 0,8042$ et $P (X \leqslant 6) \approx 0,9133$.
Conclusion : ce résultat 6 est bien le premier entier qui permet d'affirmer que l'on a $P (X \leqslant 6) \geqslant 0,9$.

Comme on a le tableau de valeurs sous les yeux, on pourra, à tout moment, adapter nos réponses, quelles que soient les inégalités proposées ($\leqslant$ ou $<$ ou $\geqslant$ ou $>$).
C'est LA METHODE à garder en tête pour la suite du chapitre.