Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille *(naissance)* :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) :
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : / /
1.1

ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU

CLASSE : Première

E3C : ☐ E3C1 ☒ E3C2 ☐ E3C3

VOIE : ☒ Générale ☐ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Spécialité « Mathématiques »

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒Oui ☐ Non

DICTIONNAIRE AUTORISÉ : ☐Oui ☒ Non

☐ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

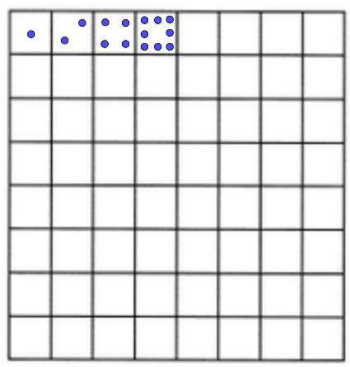
☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 4

Exercice 1 (5 points)

Une ancienne légende raconte que le jeu d'échecs a été inventé par un vieux sage. Son roi voulut le remercier en lui accordant n'importe quel cadeau en récompense. Le vieux sage demanda qu'on lui fournisse un peu de riz pour ses vieux jours, et plus précisément qu'on place :
un grain de riz sur la première case du jeu qu'il venait d'inventer, puis deux grains de riz sur la case suivante, puis quatre grains de riz sur la troisième case, et ainsi de suite, en doublant le nombre de grain de riz entre une case et la suivante, et ce jusqu'à la 64^{e} case (puisqu'un plateau de jeu d'échecs comporte 64 cases).



On note u_1 le nombre de grains de riz présents sur la première case, u_2 le nombre de grains sur la deuxième case, et ainsi de suite jusqu'à la 64^{e} case.

1. Déterminer u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5.
2. Exprimer, pour tout entier naturel n non nul, u_{n+1} en fonction de u_n.
3. En déduire la nature de la suite (u_n) et en préciser les éléments caractéristiques. Exprimer, pour tout entier naturel n non nul, u_n en fonction de n.
4. Calculer le nombre de grains de riz qui doivent être disposés sur le plateau pour satisfaire à la demande du vieux sage.
5. On veut écrire une fonction en langage Python qui détermine à partir de quelle case, le vieux sage disposera d'au moins R grains de riz. Une ébauche de cette fonction est donnée ci-contre.

   Recopier et compléter cette fonction afin qu'elle renvoie le résultat désiré.

```
def nb_case(R):
    case = 1
    u = 1
    somme = u
    while somme .....:
        u = ...
        somme = ...
        case = case + 1
    return case
```

Exercice 2 (5 points)

Une urne contient six jetons rouges dont un est marqué « gagnant » et quatre jetons verts dont trois d'entre eux sont marqués « gagnant ».
On tire au hasard un jeton de l'urne et on note les événements :

R : « le jeton tiré est rouge »,
V : « le jeton tiré est vert »,
G : « le jeton tiré est gagnant ».

1. Modéliser la situation à l'aide d'un arbre de probabilité.

2. Calculer la probabilité de l'événement « le jeton tiré est un jeton vert et marqué gagnant ».

3. Soit $P(G)$ la probabilité de tirer un jeton gagnant. Montrer que $P(G) = \frac{2}{5}$.

4. Sachant que le jeton tiré est gagnant, calculer la probabilité qu'il soit de couleur rouge.

5. On tire maintenant, toujours au hasard et simultanément, deux jetons dans l'urne.
Calculer la probabilité que les deux jetons soient marqués « gagnant ». Expliquer votre démarche.

Exercice 3 (5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 7x^2 + 11x - 19$.
On note C sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan.

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$. Déterminer l'expression de $f'(x)$.

2. Résoudre dans R l'inéquation $3x^2 + 14x + 11 > 0$.
   En déduire le tableau de variations de la fonction f.

3. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 0.

4. Justifier que 1 est solution de $x^3 + 7x^2 + 11x - 19 = 0$.
   Vérifier que pour tout réel x: $f(x) = (x-1)(x^2 + 8x + 19)$.

5. Étudier le signe de la fonction f et en dresser le tableau de signes sur R.

Exercice 4 (5 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points $A(3\,;1)$, $B(-3\,;3)$ et $C(2\,;4)$.

1. Montrer que l'équation $x + 3y - 6 = 0$ est une équation cartésienne de la droite (AB).

2. Déterminer une équation cartésienne de la droite d, perpendiculaire à la droite (AB) et passant par le point C.

3. En déduire les coordonnées du point K, projeté orthogonal du point C sur la droite (AB).

4. Calculer la distance AB et déterminer les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$.

5. En déduire une équation du cercle de diamètre $[AB]$.