Corrigé

de l'épreuve commune e3c

de mathématiques

en Première Spécialité Maths

Spécimen 3 pour préparer le bac 2021

Correction proposée
par
Bruno Swiners
sur
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1 : Les bonnes réponses sont :

1) b 2) c 3) b 4) b 5) a

→ quelques explications (avec des rappels de cours !)

Question 1 : La réponse $f'(x) = 2x + 1$ est évidente

→ réponse $\boxed{b}$.

Question 2 : on a ici une somme de termes d'une suite géométrique de premier terme $2^0 = 1$ et de raison $q = 2$.

La somme est égale à : premier terme $\times \dfrac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q}$

⚠ Le nombre de termes est égal à 11 car on part de la puissance 0 !

$\rightarrow S = 1 \times \dfrac{1 - 2^{11}}{1 - 2} = \dfrac{1 - 2^{11}}{-1} = 2^{11} - 1$ → réponse $\boxed{c}$.

Question 3 : soit par coeur soit on retrouve le résultat

$S = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 2 \times \dfrac{-b}{2a} = -\dfrac{b}{a} = \dfrac{-2}{1} = \boxed{-2}$ (ici).

$P = \left(\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right) \times \left(\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right) = \dfrac{b^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \dfrac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \dfrac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$

$\rightarrow P = \dfrac{\cancel{4}ac}{\cancel{4}a^{\cancel{2}}} = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-8}{1} = \boxed{-8}$ (ici) → réponse $\boxed{b}$

Question 4 : L'angle $\widehat{M'OM}$ est plat → il mesure $180°$ ou π.

Le point M' sera associé à $(x + \pi)$ ou $(\pi + x)$

→ réponse $\boxed{b}$.

Question 5 : En ajoutant 2π, on fait juste un tour !

$\rightarrow \cos(x + 2\pi) = \cos x$ → réponse $\boxed{a}$

On aurait : $\sin(-x) = -\sin x$

$\cos(-x) = \cos x$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Exercice 2 : 1) on résout l'équation $f(x) = 0$

$\rightarrow (2x+1)e^{x} = 0$

soit $2x+1=0$ ou $e^{x}=0$ impossible

$x = -\frac{1}{2}$

on obtient le point de coordonnées $\left(-\frac{1}{2} ; 0\right)$

2) on applique la formule $(uv)' = u'v + uv'$

avec $u(x) = 2x+1$ $\quad v(x) = e^{x}$

$u'(x) = 2$ $\quad v'(x) = e^{x}$

$\rightarrow$ on obtient $f'(x) = 2(e^{x}) + (2x+1)e^{x}$

$= e^{x}(2+2x+1) = e^{x}(2x+3)$.

3) e^{x} est toujours positif, pour tout x !

$\rightarrow$ le signe de $f'(x)$ dépend du signe de $2x+3$

On résout $2x+3=0 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x+3$		$-$	0	$+$	
signes de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
variations de f		↘		↗	

4 a) on applique le cours : $y = \underbrace{f'(0)}_{3}(x-0) + \underbrace{f(0)}_{1}$

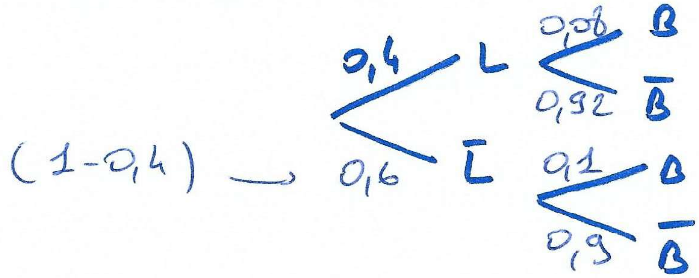
$\rightarrow$ on obtient $y = 3(x) + 1$ ou $y = 3x+1$

b) il semble bien que $\mathcal{C}_f$ soit au dessus de T pour tout x

Donc, pour tout x, $f(x) \geq y$

soit $(2x+1)e^{x} \geq 3x+1$

Exercice 3 : Partie A 1) on obtient l'arbre suivant



2) on cherche $p(L \cap B) = p(L) \times p_L(B) = 0,4 \times 0,08$
$= 0,032$

3) on utilise la formule des probabilités totales

$$p(B) = p(L \cap B) + p(\overline{L} \cap B)$$
$$= 0,032 + 0,6 \times 0,1 = 0,092$$

Partie B : 1) La variable X peut prendre 20€ et 60€ comme valeurs

2) on obtient la loi de probabilité

x_i	20 €	60 €
p_i	0,092	0,908

$p(B)$ $p(\overline{B})$

et on a $E(X) = p_1 x_1 + p_2 x_2 = 0,092 \times 20 + 0,908 \times 60$

→ $E(X) = 56,32$ €

Exercice 4 : 1) on a une augmentation de 5%

→ on calcule le coefficient multiplicateur

$$\left(1+\frac{5}{100}\right) = 1{,}05.$$

On obtient : $d_2 = 1{,}05 \times 20 = 21$

$d_3 = 1{,}05 \times 21 = 22{,}05$

2) On a : $d_{n+1} = 1{,}05\, d_n$

augmentation de 5% d'un entraînement à l'autre.

3) on a une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme $d_1 = 20$.

→ $d_n = d_1 \times q^{n-1}$ ⚠ ne pas oublier !

→ $d_n = 20 \times 1{,}05^{n-1}$

4) on remplace n par 10

→ $d_{10} = 20 \times 1{,}05^{10-1} = 20 \times 1{,}05^9 \approx 31{,}027$ km

5) on a ici un algorithme très classique

→ il doit "tourner" tant que la distance d ne dépasse pas 43 km

On obtient : while ... d < 43

n = ... n + 1