Corrigé

de l'épreuve commune e3c

de mathématiques

en Première Spécialité Maths

Spécimen 2 pour préparer le bac 2021

Correction proposée
par
Bruno Swiners
sur
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1 : Les bonnes réponses sont :

1) a   2) c   3) d   4) b   5) c

→ quelques explications (avec des rappels de cours !).

Question 1 : on remplace juste x par 2

→ $c(2) = 0{,}01 \times 2^3 - 0{,}135 \times 2^2 + 0{,}6 \times 2 + 15 = 15{,}74$

→ réponse $\boxed{a}$.

Question 2 : la parabole est à "l'envers" soit $\boxed{\cap}$

→ le coefficient $\boxed{a}$ est négatif.

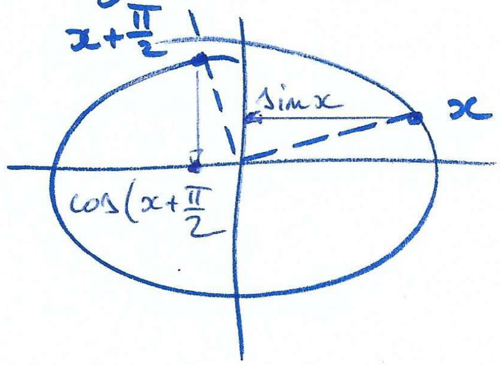
et il y a une seule racine → $\Delta = 0$

→ c'est donc la réponse $\boxed{c}$.

Question 3 : c'est une formule du cours

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$$

On peut retrouver cette formule en s'aidant du cercle trigonométrique.

→ 

→ les valeurs sont opposées

→ réponse $\boxed{d}$.

Question 4 : l'équation d'un cercle s'écrit

$$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = R^2$$

coordonnées du centre

Rayon

Le centre de ce cercle sera le <u>milieu</u> de [AB]

$\rightarrow \left| \begin{array}{l} \dfrac{x_A+x_B}{2} = \dfrac{-7+1}{2} = -3 \\ \dfrac{y_A+y_B}{2} = \dfrac{4+(-2)}{2} = 1 \end{array} \right.$

Le rayon de ce cercle sera, par exemple, la distance AB divisé par 2.

$\rightarrow AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(1-(-7))^2+(-2-4)^2} = \sqrt{100}$

soit $AB = 10$ et donc $R = \dfrac{AB}{2} = 5$

$\rightarrow$ on obtient : $(x-(-3))^2+(y-1)^2 = 5^2$

soit $(x+3)^2+(y-1)^2 = 25$ $\rightarrow$ réponse $\boxed{b}$.

<u>Question 5</u> : on considère les vecteurs directeurs.

pour D, on a $\vec{v_d} = \left| \begin{array}{l} -b \\ a \end{array} \right. = \left| \begin{array}{l} -2 \\ 3 \end{array} \right.$ $(\underset{a}{3}x + \underset{b}{2}y \underset{c}{-1} = 0)$

pour D', on a $\vec{v_{d'}} = \left| \begin{array}{l} -b \\ a \end{array} \right. = \left| \begin{array}{l} -4 \\ 6 \end{array} \right.$ $(\underset{a}{6}x + \underset{b}{4}y \underset{c}{+2} = 0)$

$\rightarrow$ on a $\vec{v_{d'}} = 2\vec{v_d}$ $\rightarrow$ les vecteurs sont colinéaires

$\rightarrow$ les droites sont parallèles.

or on a pour D : $3x+2y-1=0$

soit $3x+2y = \boxed{1}$

et pour D' : $6x+4y+2=0$

(en divisant par 2 !) $\rightarrow$ soit $3x+2y+1=0$

soit $3x+2y = \boxed{-1}$

$\rightarrow$ impossible

Les droites n'ont aucun point en commun ; elles sont strictement parallèles

$\rightarrow$ réponse $\boxed{c}$.

Exercice 2 :

1) $U_2 = 130 + 52 = 182$

$U_3 = 182 + 52 = 234$

2) (U_n) est une suite arithmétique de raison 52 et de premier terme $U_1 = 130$

(on ajoute 52 à chaque fois !)

→ on a : $U_n = U_1 + (n-1) \times r = 130 + (n-1) \times 52$

⚠

soit $U_n = 130 + 52n - 52$ → $\boxed{U_n = 52n + 78}$

3) on a $S_2 = U_1 + U_2 = 130 + 182 = 312$

$S_3 = U_1 + U_2 + U_3 = 130 + 182 + 234 = 546$

4) En général, pour calculer une SOMME, on utilise un algorithme ressemblant à celui de l'épreuve SPÉCIMEN 1, visible sur ce site.

On calcule alors séparément les termes de la suite et le résultat de la somme.

Ici, il faut tout faire d'un coup !

On obtient : $\boxed{C = C + \ldots \underbrace{52n + 78}}$

on rajoute U_n !

5) on veut que $S_n \leq 116\,610$

soit $26n^2 + 104n - 116\,610 \leq 0$

→ on résout $26n^2 + 104n - 116\,610 = 0$

→ on obtient $\Delta = b^2 - 4ac = 104^2 - 4 \times 26 \times (-116\,610)$

$= 12\,138\,256$

→ il y a deux racines mais on écartera ici la racine négative qui n'a aucun sens ici.

On obtient : $n = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-104 + \sqrt{12\,138\,256}}{2 \times 26} = 65$

On peut donc forer jusqu'à 65 m avec ce budget.

Exercice 3 → il est facile MAIS pénible à rédiger !

① a) Le plus simple est de faire un tableau à double entrée

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

voici tous les produits possibles !

→ la variable aléatoire peut prendre comme valeurs :

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 15 ; 16 ; 18 ; 20 ; 24 ; 25 ; 30 ; 36 .

b) on obtient la loi de probabilité suivante

x_i	1	2	3	4	5	6	8	9	10	12	15	16	18	20	24	25	30	36
p_i	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

par exemple, il y a 2 résultats égaux à 8 sur un total de 36 résultats !

c) pour gagner, on veut que $X < 10$

→ on compte tous les résultats de 1 à 9

→ on obtient 17 chances sur 36 → $\frac{17}{36}$

② on fait un nouveau tableau à double entrée.

	1	2	2	3	3	4
1	1	2	2	3	3	4
3	3	6	6	9	9	12
4	4	8	8	12	12	16
5	5	10	10	15	15	20
6	6	12	12	18	18	24
8	8	16	16	24	24	32

→ on entoure les résultats inférieurs à 10

→ on en obtient 17 sur un total de 36

→ $P(Y < 10) = \frac{17}{36}$

③ on obtient donc la même probabilité avec les dés classiques ou les dés spéciaux.

Exercice 4

1) on sait que $(e^{2x})' = 2e^{2x}$ ← ne pas oublier

→ on calcule $f'(x) = 2e^{2x} + 6e^{x} - 8$

→ on développe $2(e^{x}-1)(e^{x}+4) = 2(e^{2x}+4e^{x}-e^{x}-4)$

$$= 2(e^{2x}+3e^{x}-4)$$
$$= 2e^{2x}+6e^{x}-8$$

Les résultats sont égaux → $f'(x) = 2(e^{x}-1)(e^{x}+4)$

2) et 3) pour le signe de $f'(x)$, on utilise la forme factorisée.

Le nombre 2 est bien sûr positif et, puisque $e^{x} > 0$ pour tout x, on a aussi $(e^{x}+4)$ qui est toujours positif.

→ le signe de $f'(x)$ dépend du signe de $e^{x}-1$.

On résout $e^{x}-1=0$ → $e^{x} = 1 = e^{0}$ → $x = 0$

On en déduit le tableau :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$e^{x}-1$		$-$	0	$+$	
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de $f(x)$		$\searrow$	3	$\nearrow$	

$f(0) = e^{2\times 0} + 6e^{0} - 8\times 0 - 4 = 3$

4) Le minimum de la fonction f est égal à 3 d'après ce tableau.

Donc la fonction est positive !

On a $f(x) > 0$ pour tout x.

5) on résout l'équation $f(x) = y$

soit $e^{2x}+6e^{x}-8x-4 = -8x-4$

→ $e^{2x}+6e^{x} = 0$

or, pour tout x, $e^{2x} > 0$ et $e^{x} > 0$

Donc $e^{2x}+6e^{x} > 0$ et $e^{2x}+6e^{x}$ ne peut pas s'annuler.

→ il n'y a aucun point d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et D.