Corrigé

de l'épreuve commune e3c

de mathématiques

en Première Spécialité Maths

Sujet zéro (décembre 2020) pour le bac 2021

Correction proposée
par
Bruno Swiners
sur
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1 : Les bonnes réponses sont :

1) c   2) b   3) d   4) a   5) c

→ quelques explications (avec des rappels de cours !).

Question 1 : La fonction exponentielle a des propriétés de calculs similaires à celles des puissances.

Donc on a $(e^x)^3 = e^{x \times 3} = e^{3x}$ → réponse c.

On aurait $e^x \times e^3 = e^{x+3}$

et e^{x^3} ne s'écrit pas autrement !

Question 2 : Avec le cosinus et le sinus, que l'on ajoute π ou que l'on retranche π, le cos devient $-\cos$ et le sin devient $-\sin$.

On a donc $\cos(x+\pi) = -\cos x$ → réponse b.

Question 3 : La suite (U_n) est en mm.

Et on ajoute 3,3 mm à chaque fois.

On peut écrire alors : $U_{n+1} = U_n + 3{,}3$

On a donc une suite arithmétique de raison 3,3.

→ réponse d.

Question 4 : $\Delta > 0$ → 2 racines → réponse a !

pour le b), il y a 2 racines donc il faudrait $\Delta > 0$

pour le c), il n'y a pas de racine donc il faudrait $\Delta < 0$

pour le d), il y a 1 racine donc il faudrait $\Delta = 0$

Question 5 : avec une équation cartésienne s'écrivant $ax + by + c = 0$,

le vecteur normal correspond à $\begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$.

Donc, avec $\underset{a}{2}x \underset{b}{-1}y + \underset{c}{3} = 0$, on obtient $\begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}$ → réponse c.

pour le a), il faudrait remplacer x par 2

et on obtient $2 \times 2 - y + 3 = 0$

soit $4 - y + 3 = 0 \rightarrow y = 7$

et donc la droite passerait par le point $(2\,;\,7)$

pour le b), le vecteur directeur correspond à $\begin{vmatrix} -b \\ a \end{vmatrix}$

ce qui donnerait ici $\begin{vmatrix} -(-1) \\ 2 \end{vmatrix}$ ou $\begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}$

pour le d), l'intersection avec l'axe des abscisses correspond à remplacer y par 0.

soit $2x - 0 + 3 = 0 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$

et le point d'intersection sera ici $\left(-\frac{3}{2}\,;\,0\right)$!

Le point $(0\,;\,3)$ correspond en fait à l'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées !

Exercice 2

① ⓐ on applique la formule $(uv)' = u'v + uv'$

avec $u(x) = -x+2 \rightarrow u'(x) = -1$

$v(x) = e^x \rightarrow v'(x) = e^x$

on obtient : $f'(x) = -1 \times e^x + (-x+2) \times e^x$

$= e^x \times (-1-x+2) = e^x(-x+1)$.

ⓑ on résout $-x+1=0 \rightarrow x = 1$

x	-1		1		2
e^x		$+$		$+$	
$-x+1$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$+$		$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

e^x est toujours positif, pour tout x

$-x+1$ est une fonction affine avec un coefficient négatif.

② Attention, l'unité représente 30 cm !

La valeur de ℓ correspond au maximum de f.

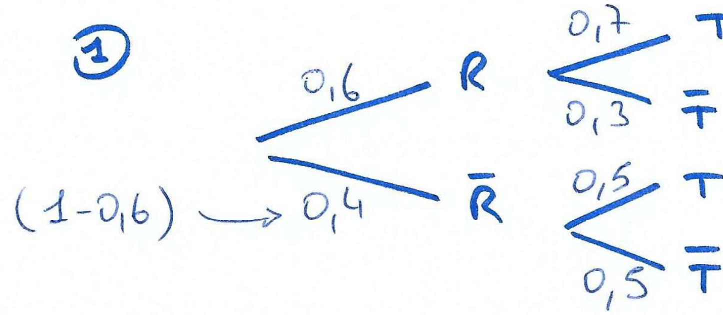
On calcule $f(1) = (-1+2)e^1 = 1e^1 = e$

→ soit, en tenant compte de l'unité,

$\ell = e \times 30 \text{ cm} = \boxed{30e} \text{ cm}$!

Exercice 3

①



② on a $p(R \cap T) = p(R) \times p_R(T) = 0{,}6 \times 0{,}7 = 0{,}42$.

③ on applique la formule des probabilités totales

$\rightarrow p(T) = p(R \cap T) + p(\overline{R} \cap T)$

$= 0{,}42 + 0{,}4 \times 0{,}5 = 0{,}62$

④ X représente le montant du contrat

On va choisir $a = 500$€ (tous risques)

et $b = 400$€ (formule de base)

Pas d'inquiétude, on aurait inversé ce choix sans aucune conséquence pour la suite.

$p(X = a) = p(X = 500) = p(T) = 0{,}62$

$p(X = b) = p(X = 400) = p(\overline{T}) = 0{,}38$

On obtient la loi de probabilité suivante :

x_i	500 €	400 €
p_i	0,62	0,38

→ Total : 1 !

on obtient l'espérance $E(X)$:

$E(X) = p_1 x_1 + p_2 x_2 = 0{,}62 \times 500 + 0{,}38 \times 400$

soit $E(X) = 462$ €

bien penser à l'unité.

Exercice 4

On nous parle ici d'une perte de 20%, soit une baisse de 20%

→ on a le coefficient multiplicateur $\left(1-\frac{20}{100}\right)=0,8$.

① on applique ce coefficient

$$I_1 = I_0 \times 0,8 = 400 \times 0,8 = 320 \text{ cd}.$$

② ⓐ on aura $I_{n+1} = 0,8 \times I_n$

ⓑ (I_n) est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme $I_0 = 400$

ⓒ on applique la formule des suites géométriques

→ $I_n = I_0 \times q^{(n-0)}$

→ $I_n = 400 \times (0,8^n)$ ← mettre des parenthèses pour éviter de calculer 400×0,8 !

③ ⓐ perte de 70% → $\left(1-\frac{70}{100}\right)\times 400$

$= 0,3 \times 400 = 120$ cd.

Donc l'algorithme doit "tourner" jusqu'à ce que l'intensité I devienne inférieure à 120.

→ on écrirait : $\boxed{\text{while } I > 120}$

→ on remplacerait le nombre j par 120.

ⓑ L'intensité I_n devient inférieure à 120 à partir du rang 6 → $I_5 = 131,07$

$I_6 = 104,85$

On doit donc superposer 6 plaques.