

Comment calculer la dérivée d'une fonction composée : des exemples (1)

On rappelle la formule générale (de la fiche précédente)

On dérive la fonction principale comme si c'était avec x .

MAIS on écrit cette dérivée en mettant la petite fonction u à l'intérieur.

ET on n'oublie pas de multiplier ensuite par la dérivée u' de la "petite" fonction.

Cela se note de la façon suivante : $(f(u))' = f'(u) \times u'$

Des exemples pour la dérivée d'une fonction composée

→ avec $f(x) = (3x+1)^2 \rightarrow u^2$ avec $u(x) = 3x+1$ et $u'(x) = 3$

$$\text{Donc } f'(x) = 2u \times u' = 2(3x+1) \times 3 = 6(3x+1)$$

→ avec $f(x) = 6(4x^2+5x+2)^3 \rightarrow 6u^3$ avec $u(x) = 4x^2+5x+2$
et $u'(x) = 8x+5$

$$\text{Donc } f'(x) = 6 \times 3u^2 \times u' = 6 \times 3(4x^2+5x+2) \times (8x+5) \\ = 18(8x+5)(4x^2+5x+2)$$

→ avec $f(x) = \sqrt{5x+3} \rightarrow \sqrt{u}$ avec $u(x) = 5x+3$ et $u'(x) = 5$

$$\text{Donc } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \times u' = \frac{1}{2\sqrt{5x+3}} \times 5 = \frac{5}{2\sqrt{5x+3}}$$

→ avec $f(x) = 7\sqrt{5x^2+6} \rightarrow 7\sqrt{u}$ avec $u(x) = 5x^2+6$ et $u'(x) = 10x$

$$\text{Donc } f'(x) = 7 \times \frac{1}{2\sqrt{u}} \times u' = 7 \times \frac{1}{2\sqrt{5x^2+6}} \times 10x = \frac{35x}{\sqrt{5x^2+6}}$$

→ avec $f(x) = \frac{1}{4x+3} \rightarrow \frac{1}{u}$ avec $u(x) = 4x+3$ et $u'(x) = 4$

$$\text{Donc } f'(x) = -\frac{1}{u^2} \times u' = -\frac{1}{(4x+3)^2} \times 4 = \frac{-4}{(4x+3)^2}$$

→ avec $f(x) = \frac{4}{3x^2+1} \rightarrow \frac{4}{u}$ avec $u(x) = 3x^2+1$ et $u'(x) = 6x$

$$\text{Donc } f'(x) = 4 \times \frac{-1}{u^2} \times u' = 4 \times \frac{-1}{(3x^2+1)^2} \times 6x = \frac{-24x}{(3x^2+1)^2}$$