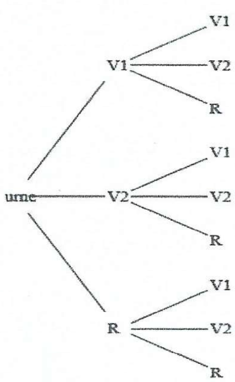
Comment faire un arbre pondéré en probabilité : la méthode

Très rapidement, le souci que l'on va avoir avec les arbres de probabilité ne sera pas d'ordre mathématiques mais, tout bêtement, c'est qu'ils vont prendre beaucoup de place sur une feuille.
Les ***arbres pondérés*** vont permettre de faire le même travail avec (presque) aucune contrainte de place.
Pour l'exemple qui va suivre, on va passer d'un arbre à 9 branches à un ***arbre pondéré*** à 4 branches !
Et les fiches suivantes vont nous montrer des gains encore plus spectaculaires !!

On va réaliser l'arbre de probabilté de la situation suivante.

On imagine une urne dans laquelle il y a 3 jetons : 2 jetons verts (V1 et V2) et 1 jeton rouge (R).
On tire au hasard un jeton dans cette urne .
On note sa couleur et on remet ce jeton dans l'urne (on parlera d'un tirage AVEC remise).
On tire une deuxième fois un jeton et on note également sa couleur.
Quelle est la probabilité que les deux jetons tirés soient de la même couleur ?

On réalise l'arbre de probabilité suivant. Il va résumer les possibilités de ces tirages successifs.



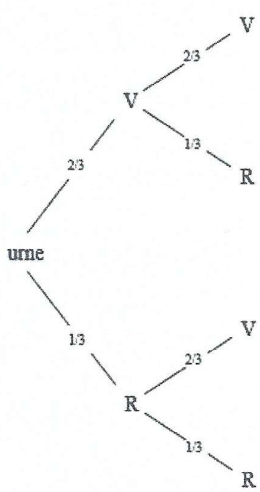
→ V_1 et V_1
→ V_1 et V_2
→ V_2 et V_1
→ V_2 et V_2
→ R et R

Voici les 5 cas pour lesquels on a tiré la même couleur → la probabilité cherchée est donc égale à $\frac{5}{9}$.

On va réaliser l'arbre pondéré de cette même situation

Pour cet exemple, on a juste à tracer 2 branches à chaque fois, une pour chaque couleur.
On place, ensuite, sur chaque branche la probabilité correspondante → pour tirer un jeton vert, on aura, à chaque fois, 2 chances sur 3 , et pour tirer un jeton rouge, on aura, à chaque fois, 1 chance sur 3.

On obtient l'***arbre pondéré*** suivant (*ensuite, et pour résumer rapidement, les probabilités se multiplient entre elles de la gauche vers la droite, et, une fois qu'on a les résultats des produits à la sortie de l'arbre, on les additionne de haut en bas)* :



→ Vert et Vert → $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

$\boxed{+}$

→ Rouge et Rouge → $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

→ on retrouve bien une probabilité égale à $\frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$