

Comment calculer une probabilité avec un arbre pondéré : exemple 1

On va, tout de suite, voir l'intérêt de faire un **arbre pondéré** en termes d'organisation et de lisibilité. Dans l'exemple qui va suivre, on aura 5 jetons, avec 2 tirages successifs. Si on fait un arbre de probabilité classique, on va se retrouver avec 25 branches. Ce qui est quasiment ingérable. MAIS, si on fait un **arbre pondéré**, on aura juste 4 branches car on n'a que 2 couleurs (et tant que l'on garde 2 couleurs, même avec 100 jetons, on gardera toujours un **arbre pondéré** à 4 branches).

On va réaliser l'arbre pondéré de la situation suivante.

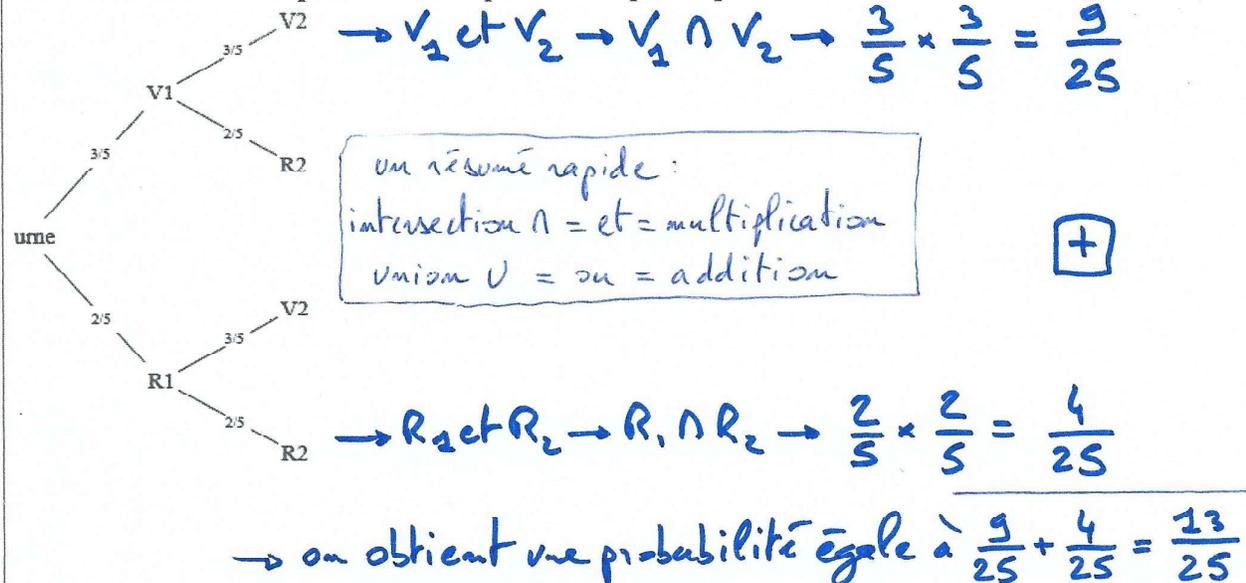
On imagine une urne dans laquelle il y a 5 jetons : 3 jetons verts et 2 jetons rouges.
 On tire au hasard un jeton dans cette urne.
 On note sa couleur et on remet ce jeton dans l'urne (on parlera d'un tirage **AVEC remise**).
 On tire une deuxième fois un jeton et on note également sa couleur.
 Quelle est la probabilité que les deux jetons tirés soient de la même couleur ?

On va noter : V1 l'événement "on a tiré un jeton vert au premier tirage"
 R1 l'événement "on a tiré un jeton rouge au premier tirage"
 V2 l'événement "on a tiré un jeton vert au deuxième tirage"
 R2 l'événement "on a tiré un jeton rouge au deuxième tirage"

Pour le premier tirage : on a 3 chances sur 5 de tirer un jeton vert et on a donc $p(V1) = \frac{3}{5}$
 on a 2 chances sur 5 de tirer un jeton rouge et on a donc $p(R1) = \frac{2}{5}$

Pour le deuxième tirage, puisque l'on remet le premier jeton dans l'urne (tirage **avec remise**), il va se dérouler dans les mêmes conditions que le premier tirage. On aura donc $p(V2) = \frac{3}{5}$ et $p(R2) = \frac{2}{5}$.

On obtient donc l'**arbre pondéré** sur lequel on indique les probabilités des différents événements.



Pour calculer la probabilité de tirer deux jetons de même couleur :

on cherche $p(V1 \text{ et } V2) = p(V1 \cap V2) = \text{on fait une multiplication} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

on cherche $p(R1 \text{ et } R2) = p(R1 \cap R2) = \text{on fait une multiplication} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$

La probabilité cherchée correspond à "deux jetons verts **OU** deux jetons rouges" et on fait une addition pour obtenir : $p(\text{tirer deux jetons de même couleur}) = \frac{9}{25} + \frac{4}{25} = \frac{13}{25} = 0,52 = 52\%$.