Les ensembles en mathématiques : inclusion , réunion et intersection

Pour bien comprendre et illustrer les définitions et les formules de cette fiche, on va utiliser les ensembles de nombres suivants :

- l'ensemble A constitué des nombres suivants { 2 ; 3 ; 4 }
- l'ensemble B constitué des nombres suivants { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5}
- l'ensemble G constitué des nombres suivants { 4 ; 5 ; 6 ; 7 }

Inclusion de deux ensembles

Définition : on dit qu'un ensemble F ***est inclus dans*** un autre ensemble H si TOUS les éléments de l'ensemble F se retouvent aussi dans l'ensemble H.
On le note alors : $F \subset H$, et on dit alors "F inclus dans H".

Exemples avec les ensembles définis au début de la fiche :
- on a $A \subset B$ car tous les éléments de l'ensemble A sont bien aussi dans l'ensemble B.
- on a $A \not\subset G$ car il y a au moins un élément de l'ensemble A qui n'est pas dans l''ensemble G (par exemple, le nombre 2).

La réunion (ou l'union) de deux ensembles

Définition : la ***réunion*** de deux ensembles F et H est un ensemble qui regroupe tous les éléments qui se trouvent soit dans l'ensemble F, soit dans l'ensemble H (ce sont les éléments qui sont ***dans F ou dans H***).
On le note $F \cup H$, et on dit alors "F union H".

Exemple avec les ensembles définis au début de la fiche :
- on a $B \cup G = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 \}$

L'intersection de deux ensembles

Définition : l'***intersection*** de deux ensembles F et H est un ensemble qui regroupe tous les éléments qui se trouvent ***dans l'ensemble F et dans l'ensemble H*** .
On le note $F \cap H$, et on dit alors "F inter H"

Exemple avec les ensembles définis au début de la fiche :
- on a $B \cap G = \{ 4 ; 5 \}$

La formule reliant la réunion (l'union) et l'intersection

Pour deux ensembles F et H , on pourrait écrire la formule suivante : $F \cup H = F + H - F \cap H$

Exemple : avec les ensembles définis au début de la fiche , on pourrait illustrer cette propriété en écrivant que $B \cup G = B + G - B \cap G$.
Cela correspond à écrire que $\{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 \} = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5\} + \{ 4 ; 5 ; 6 ; 7 \} - \{ 4 ; 5 \}$
→ *en fait, on "enlève" l'intersection afin de ne pas la compter deux fois (et donc une fois en trop)* !

Si on s'intéresse au ***cardinal*** d'un ensemble , c'est à dire ***au nombre d'élément*** d'un ensemble , on retrouve une formule similaire : **$card(B \cup G) = card(B) + card(G) - card(B \cap G)$.**
→ *on vérifie que l'on bien ici $card(B \cup G) = 7$, $card(B) = 5$, $card(G) = 4$ et $card(B \cap G) = 2$.*

Et quand on s'intéressera aux probabilités , on aura à nouveau le même type de formule , si on considère deux événements notés B et G : on aura **$P(B \cup G) = P(B) + P(G) - P(B \cap G)$.**