Le dénombrement : les trois situations possibles à connaitre

Vous allez voir cette année trois formules qui permettront de ***dénombrer*** trois situations types qu'il faudra savoir reconnaitre. Mais, attention, cela ne veut pas dire, qu'à chaque fois, il faudra utiliser une de ces formules pour faire un dénombrement. Ce sont des situations types à maitriser mais, parfois, les calculs seront très intuitifs et sans formule type.

On va ici imaginer que l'on met 10 jetons numérotés de 0 jusqu'à 9 dans une urne.
On va tirer de cette urne 4 jetons de trois façons différentes,
et on va dénombrer, dans chaque cas, combien de tirages à 4 chiffres on pourra obtenir .

La première situation : les p-uplets

On fait un tirage, ***avec remise***, de 4 jetons et on note le nombre obtenu.
Cela signifie que l'***on tient compte de l'ordre*** des chiffres tirés et qu'il y a une ***répétition possible*** de ces chiffres (on tire chaque jeton l'un après l'autre et on remet le jeton à chaque fois).
→ les tirages ***1 4 1 3*** et ***3 1 1 4*** sont donc des tirages possibles.

On obtient ici un ***4-uplets d'un ensemble de 10 éléments***. On dénombrera alors **10^4 possibilités**.

On peut le comprendre intuitivement car il y a 10 possibilités pour le premier jeton, et, à nouveau, 10 possibilités pour le deuxième jeton ..... Ce qui fera $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$ possibilités.

La deuxième situation : les p-uplets d'éléments distincts (ou arrangements)

On fait un tirage, ***sans remise***, de 4 jetons et on note le nombre obtenu.
Cela signifie que l'***on tient toujours compte de l'ordre*** des chiffres mais qu'***il n'y a plus de répétition*** possible des chiffres (on tire chaque jeton l'un après l'autre mais on ne remet pas le jeton tiré).
→ les tirages ***1 4 1 3*** et ***3 1 1 4*** ne sont donc plus possibles (car le 1 ne peut apparaitre deux fois).
→ par contre, les tirages ***1 4 8 3*** et ***3 8 1 4*** sont des tirages possibles.

On obtient ici un ***4-uplets d'éléments distincts d'un ensemble de 10 éléments***.
On pourra également parler d'un ***arrangement de 4 éléments parmi 10*** .

Le nombre de possibilités sera alors égal à : $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5\,040$.

On peut le comprendre intuitivement car il y a 10 possibilités pour le premier jeton , mais il n'y en a plus que 9 pour le deuxième jeton, puis 8 pour le troisième jeton et , enfin , 7 pour le dernier jeton.

La troisième situation : les combinaisons

On tire cette fois les 4 jetons ***simultanément***.
Il n'y a donc toujours ***pas de répétitions*** possibles et ***on ne doit plus tenir compte de l'ordre*** des chiffres car le tirage est simultané, et on se retrouve avec les 4 jetons "dans la main" sans notion d'ordre.
→ les tirages ***1 4 8 3*** et ***3 8 1 4*** correspondent donc au même tirage (ce qui nous intéresse, c'est par exemple d'avoir tiré le 4 sans se soucier s'il a été tiré en deuxième ou en quatrième position) .

On obtient ici une ***combinaison de 4 éléments parmi 10 éléments*** (on dit aussi "***4 parmi 10***").
On pourra le noter $\binom{10}{4}$. Le résultat est égal à $\dfrac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \dfrac{5040}{24} = 210$

Un petit résumé

p-uplets = ordre important ET répétition possible des éléments
p-uplets d'éléments distincts (ou *arrangement*) = ordre important MAIS pas de répétition possible
combinaison = ni ordre important , ni répétition possible

On verra, dans les fiches suivantes, les formules généralisées de chaque situation
avec toutes les explications nécessaires !!