Comment savoir dénombrer des *p-uplets*

Qu'est ce qu'un *p-uplets* ?

Un *p-uplets* d'un ensemble à *n* éléments est une partie de cet ensemble constituée de *p* éléments (pris parmi les *n* éléments de cet ensemble).
On parlera de *p-uplets* quand les deux règles suivantes seront respectées :

- il peut y avoir ***répétitions*** des éléments
- il faut tenir compte de ***l'ordre*** entre les différents éléments

Attention , le nombre n peut être plus grand , plus petit ou égal au nombre p (voir la situation 2).

Exemple : avec un ensemble constitué de 10 chiffres { 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 }.
Si on s'intéresse aux "*nombres à 4 chiffres*" qu'il est possible d'écrire, alors on va réaliser des *4-uplets* (car il y a une ***répétition*** possible des chiffres, et l'***ordre*** des chiffres est important).
On aura, par exemple, comme possibilités, les nombres 2 3 7 2 et 3 2 2 7 .

La propriété

Le nombre de *p-uplets* d'un ensemble à *n* éléments est égal à n^p .

Exemple : en reprenant l'ensemble constitué de 10 chiffres {0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9}.
Le nombre total de "*nombres à 4 chiffres*", soit de *4-uplets*, sera égal à 10^4 (c'est à dire 10 000).

On peut le comprendre intuitivement car on a 10 possibilités pour le premier chiffre , puis 10 possibilités pour le deuxième chiffre ...etc....

Applications

On va maintenant voir quelques situations qui doivent nous permettre de reconnaitre des *p-uplets*.

Situation 1 : on lance 5 fois une pièce de 1 euro pour jouer à pile ou face.
Quel est le nombre de résultats possibles ?

On doit comprendre qu'il y a une ***répétition*** possible de chaque résultats (on peut obtenir plusieurs fois le résultat "pile") et qu'il faut tenir compte de l'***ordre*** de sortie des éléments.
Pour l'ensemble des cinq lancers, on peut, par exemple, obtenir : P P P F F ou P F F P P .
On reconnait alors des *5-uplets* d'un ensemble à *2* éléments.
Le nombre de résultats possibles est alors égal à : $2^5 = 32$.

On peut le comprendre intuitivement car on a 2 possibilités pour le premier lancer , puis 2 possibilités pour le deuxième lancer ..etc...

Situation 2 : on considère un QCM (Questionnaire à Choix Multiples)
pour lequel il y a 3 réponses possibles, et une seule de ces réponses est correcte.
Quel est le nombre total de façons de répondre à ce QCM s'il y a 12 questions ?

On doit comprendre qu'il y a une ***répétition*** possible de chaque résultats (on peut avoir la première réponse correcte pour plusieurs questions) et qu'il faut tenir compte de l'***ordre*** des réponses aux questions.
En numérotant "de 1 à 3" les réponses correctes, on pourra avoir la série: 1 1 2 1 3 3 2 2 3 1 2 1
On reconnait alors des *12-uplets* d'un ensemble à *3* éléments.
Le nombre de résultats possibles est alors égal à : $3^{12} = 531\,441$.

On peut le comprendre intuitivement car on a 3 possibilités de réponses pour la première question , puis 3 possibilités pour la deuxième questtion ..etc...

Et quel est le nombre total de façons de répondre à ce QCM s'il y a 2 questions ?
La réponse devient $3^2 = 9$.