## Comment reconnaitre une configuration de Thalès

Il faut, au départ, faire attention au fait que la ***propriété de Thalès*** ne peut s'appliquer que ***dans une configuration de Thalès***, c'est à dire un "*dessin*" dans lequel certaines hypothèses doivent être vérifiées.

### Les hypothèses à vérifier pour avoir une configuration de Thalès

Pour pouvoir appliquer la propriété de Thalès, il faut :

- deux droites *parallèles.*
- deux séries de *points alignés* ( on peut aussi parler de *deux droites sécantes*) qui se rejoignent en un point commun. J'appelerai toujours ce point particulier "***le point central***".

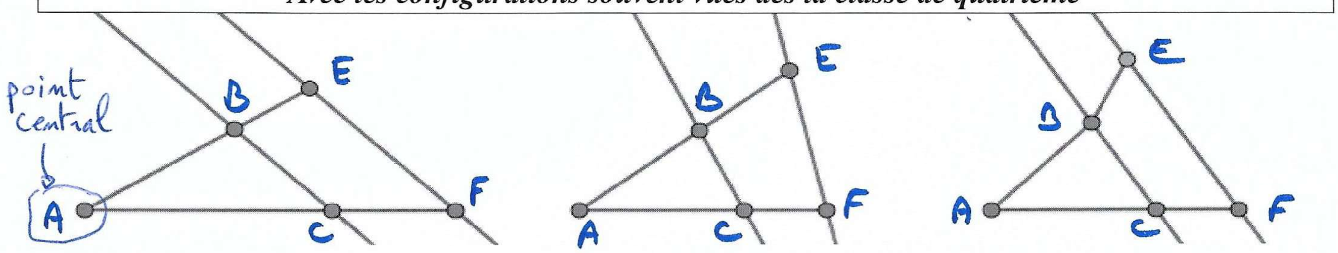
### Comment bien repérer ce point central ?

Je pense que le fait d'avoir en référence ce *point central* sera très utile pour bien appliquer la *propiété de Thalès*. Cela vaut donc la peine de s'entrainer à le repérer et à le mettre en évidence (en l'entourant, par exemple). Ce *point central* se repère parfaitement car :

- c'est le seul point de la configuration qui n'appartient pas aux deux droite parallèles.
- c'est le point où se rejoignent les deux séries de points alignés ( c'est donc le point d'intersection des deux droites sécantes correspondantes).

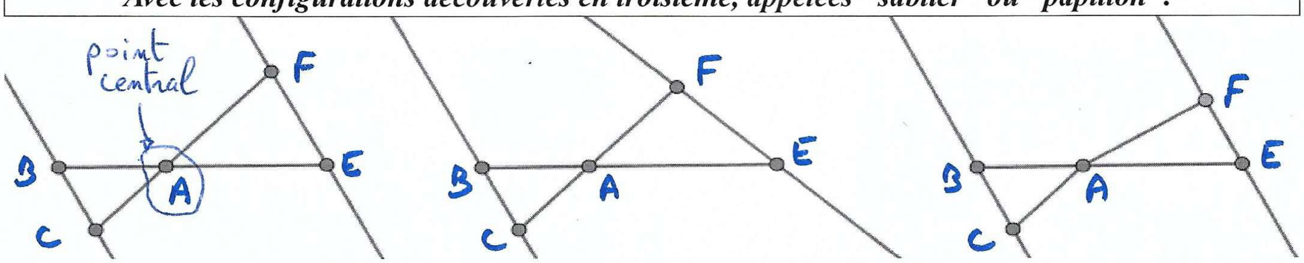
### Les exemples : est ce que , OUI ou NON , on a une configuration de Thalès ?

***Avec les configurations souvent vues dès la classe de quatrième***




| | | |
|---|---|---|
| oui | NON | NON |
| car (BC) // (EF) et A, B, E et A, C, F sont bien alignés. | car (BC) et (EF) ne sont pas parallèles. | car les points A, B, E ne sont pas alignés. |

***Avec les configurations découvertes en troisième, appelées "sablier" ou "papillon".***




| | | |
|---|---|---|
| oui | NON | NON |
| car (BC) // (EF) et B, A, E et C, A, F sont bien alignés. | car (BC) et (EF) ne sont pas parallèles. | car les points C, A, F ne sont pas alignés. |

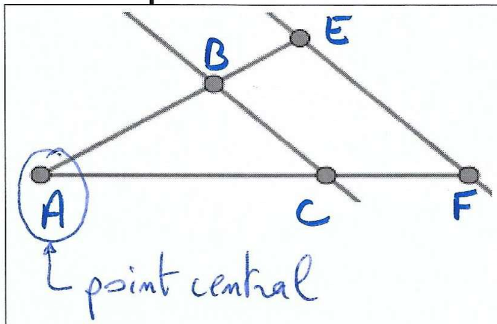
# Comment écrire l'égalité des trois rapports (de longueurs)

Une fois que vous aurez bien repéré une *configuration de Thalès*, vous pourrez écrire une égalité entre trois rapports (de longueurs) égaux → cette égalité traduit, en fait, une *proportionnalité* des longueurs !

## Quelques astuces pour bien écrire cette égalité de rapports

- commencez par bien repérer le *point central* et entourez le sur la figure.
- les *deux premiers rapports* partent automatiquement de ce ***point central*** et ils s'écrivent forcément avec les ***points alignés***.
  Par habitude, on écrit le rapport de ***la petite longueur sur la grande*** (d'où ce que l'on entend en classe : *petit sur grand*, *petit sur grand*, *petit sur grand* ..). Mais, on peut faire l'inverse en commençant par la grande longueur ***à condition de le faire pour les trois rapports*** !!
- pour le troisième rapport, c'est comme si le point central "*disparaissait*" des deux autres rapports. Cela correspond, en fait, au rapport des longueurs des deux segments "*parallèles*".

## Des exemples

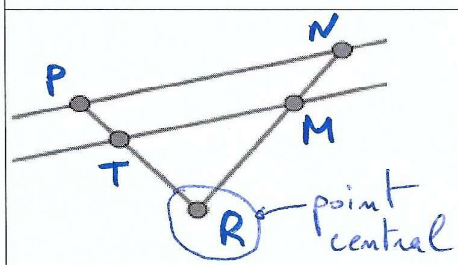



point central

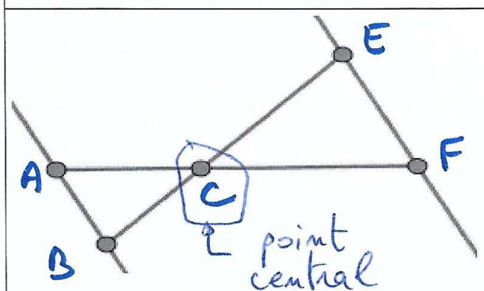
$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF}$$

Le point central a "disparu".

A, B et E sont bien alignés

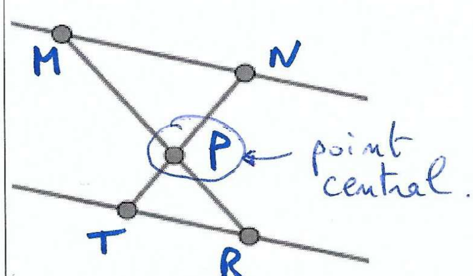



$$\frac{RT}{RP} = \frac{RM}{RN} = \frac{TM}{PN}$$




$$\frac{CA}{CF} = \frac{CB}{CE} = \frac{AB}{FE}$$

C, A et F sont bien alignés



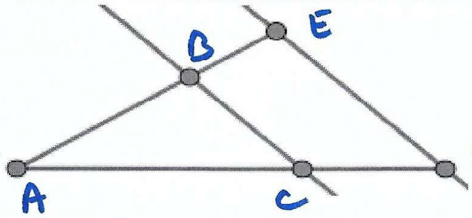
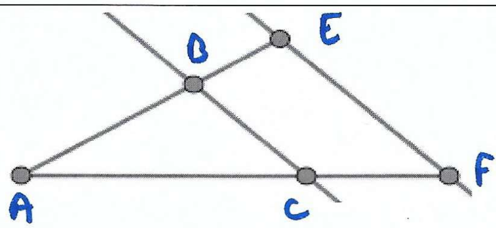
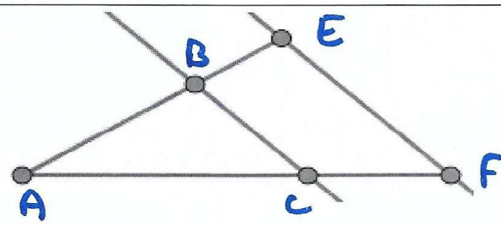
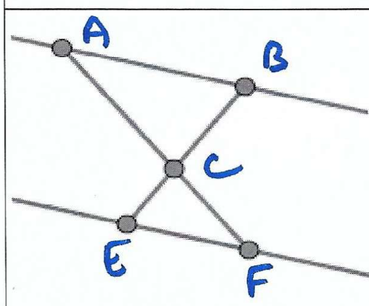
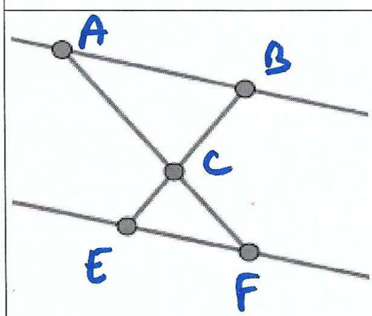

$$\frac{PT}{PN} = \frac{PR}{PM} = \frac{TR}{NM}$$

Les erreurs à éviter sur l'égalité des trois rapports

Voici, sur cette fiche, une liste ( non exhaustive ) des erreurs souvent faites, par les élèves, dans l'écriture de l'égalité des trois rapports. Essayez de bien les comprendre afin de ne pas les faire !!

**Les erreurs à ne pas faire**

Les rapports écrits ici sont donc FAUX, et vous avez une explication à chaque fois !

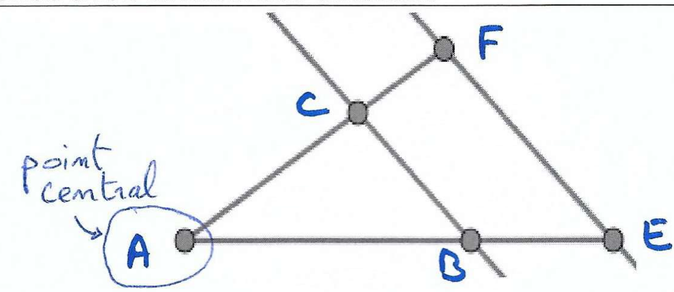
| | |
|---|---|
|   | $\boxed{\dfrac{AB}{AC}} = \dots$ Vous ne travaillez pas avec les points alignés. |
|   | $\boxed{\dfrac{EB}{EA}} = \dots$ Vous n'êtes pas partis du point central. |
|   | $\boxed{\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AF}{AC}} = \dots$ Vous avez écrit, une fois, le "petit" au numérateur et l'autre fois le "grand". |
|   | $\boxed{\dfrac{FC}{FA}} = \dots$ Vous n'êtes pas partis du point central. |
|   | $\boxed{\dfrac{CE}{CA}} = \dots$ Vous ne travaillez pas avec les points alignés. |

# Comment calculer une longueur avec la propriété de Thalès ( 1 )

Une fois que vous aurez bien repéré une *configuration de Thalès*, vous pourrez écrire l'*égalité des trois rapports* égaux. La *propriété de Thalès* nous permettra alors de calculer une des longueurs de la configuration sachant qu'il faudra que l'on connaisse trois autres longueurs.

En résumé → ***propriété de Thalès + 3 longueurs connues = on peut calculer une quatrième longueur***

**Exemple de référence avec la méthode détaillée**




On suppose que ( BC ) // ( EF )
et on donne les longueurs AC = 4 cm ; AB = 5 cm ; AE = 8 cm ; FE = 12 cm .
**On veut calculer la longueur AF , et la longueur BC**.

On vérifie que les hypothèses donnant une *configuration de Thalès* sont bien là !

On a bien (BC) // (EF).
Les points A, C, F et A, B, E sont alignés dans le même ordre.
A est le point central.
Donc on peut appliquer la propriété de Thalès.

On écrit l'*égalité des trois rapports.*

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF}$$

On ***remplace*** les longueurs par leur valeur numérique.

$$\frac{5}{8} = \frac{4}{AF} = \frac{BC}{12}$$

On isole deux rapports afin de trouver la longueur cherchée à l'aide d'un produit en croix.

| pour le calcul de AF. | pour le calcul de BC. |
|---|---|
| On a : $\frac{5}{8} = \frac{4}{AF}$ | On a : $\frac{5}{8} = \frac{BC}{12}$ |
| Donc $AF = (8 \times 4) : 5$ | Donc $BC = (5 \times 12) : 8$ |
| $\rightarrow AF = 6{,}4$ cm | $\rightarrow BC = 7{,}5$ cm |

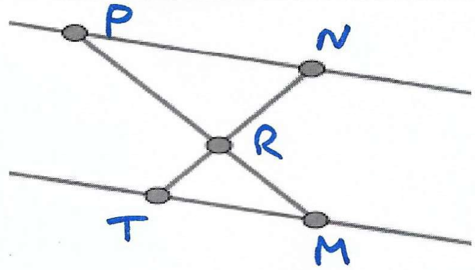
 

# Comment calculer une longueur avec la propriété de Thalès ( 2 )

Une fois que vous aurez bien repéré une *configuration de Thalès*, vous pourrez écrire l'*égalité des trois rapports* égaux. La *propriété de Thalès* nous permettra alors de calculer une des longueurs de la configuration sachant qu'il faudra que l'on connaisse trois autres longueurs.

En résumé → ***propriété de Thalès + 3 longueurs connues = on peut calculer une quatrième longueur***

**Exemple de référence avec la méthode détaillée**




On suppose que ( PN ) // ( TM )
et on donne les longueurs RN = 5 cm ; PN = 8 cm ; RT = 4 cm ; RM = 4,5 cm .
**On veut calculer la longueur TM , et la longueur PR**.

On vérifie que les hypothèses donnant une *configuration de Thalès* sont bien là !

On a bien (PN) // (TM).
Les points P, R, M et N, R, T sont alignés dans le même ordre.
R est le point central.
Donc on peut appliquer la propriété de Thalès.

On écrit l'*égalité des trois rapports.*

$$\frac{RT}{RN} = \frac{RM}{RP} = \frac{TM}{NP}$$

On ***remplace*** les longueurs par leur valeur numérique.

$$\frac{4}{5} = \frac{4,5}{RP} = \frac{TM}{8}$$

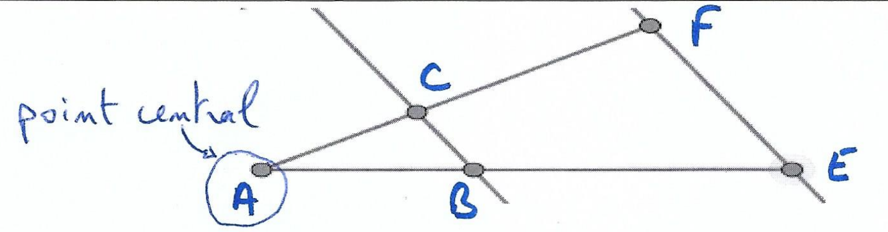
On isole deux rapports afin de trouver la longueur cherchée à l'aide d'un produit en croix.

| pour le calcul de TM. | pour le calcul de PR. |
|---|---|
| On a : $\frac{4}{5} = \frac{TM}{8}$ | On a : $\frac{4}{5} = \frac{4,5}{RP}$ |
| Donc $TM = (4 \times 8) : 5$ | Donc $RP = (5 \times 4,5) : 4$ |
| → $TM = 6,4$ cm | → $RP = 5,625$ cm |

## Une application avec quelques "pièges" à déjouer

Cet exemple doit surtout vous montrer que l'écriture de l'*égalité des trois rapports* ne dépend que de la figure (avec la *configuration de Thalès* identifiée), et surtout pas de la longueur cherchée. De plus, il faut toujours bien regarder si les longueurs données sont celles en jeu dans l'*égalité des trois rapports.*

### Comment bien déjouer ces "pièges"




On suppose que ( BC ) // ( EF )
et on donne les longueurs AC = 5 cm ; CF = 7 cm ; AB = 6 cm.
**On veut calculer la longueur BE.**

On vérifie que les hypothèses donnant une *configuration de Thalès* sont bien là !

On a bien (BC) // (EF).
Les points A, C, F et A, B, E sont alignés dans le même ordre.
A est le point central.
Donc on peut appliquer la propriété de Thalès.

On écrit l'*égalité des trois rapports.*

⚠ on n'écrit pas BE dans les rapports car BE ne part pas du point central → il faut calculer AE et en déduire BE.

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF}$$

On ***remplace*** les longueurs par leur valeur numérique.

⚠ $\frac{AC}{AF}$ n'est pas égal à $\frac{5}{7}$ mais plutôt à $\frac{5}{12}$
car $AF = 5 + 7 = 12$ cm

$$\frac{6}{AE} = \frac{5}{12} = \frac{BC}{EF}$$

On isole deux rapports afin de trouver la longueur cherchée à l'aide d'un produit en croix.

On a : $\frac{6}{AE} = \frac{5}{12}$ → $AE = (6 \times 12) : 5 = 14{,}4$ cm

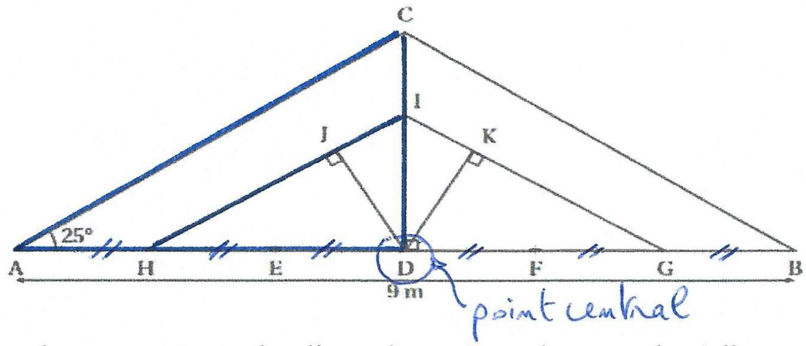
soit $BE = AE - AB = 14{,}4 - 6 = 8{,}4$ cm.

Comment appliquer la propriété de Thalès
dans une figure non élémentaire

Cet exemple doit vous aider à trouver, dans une figure non élémentaire, la *configuration de Thalès* qui vous permettra de bien répondre à la question posée. Pour cela, les hypothèses de l'énoncé ( quelles sont les droites parallèles ? ) et la question posée ( quelle est la longueur cherchée ? ).

**Un exemple vu au Brevet (d'après sujet Amérique du Sud 2015)**

Un charpentier doit réaliser pour un de ses clients la charpente dont il a fait le schéma ci-dessous :




Il ne possède pas pour le moment toutes les dimensions nécessaires pour la réaliser mais il sait que :
- la charpente est symétrique par rapport à la poutre [ CD ],
- les poutres [ AC ] et [ HI ] sont parallèles.

On sait que la longueur CD est égale à 2,10 m. Calculer la longueur DI.

On isole dans ce schéma une configuration de Thalès avec les triangles DHI et DCA.

→ on a bien (HI) // (AC).
Les points D, H, A et D, I, C sont alignés dans le même ordre.
D est le point central.
Donc on peut appliquer la propriété de Thalès.

On a : $\frac{DH}{DA} = \frac{DI}{DC} = \frac{HI}{AC} \longrightarrow \frac{3}{4,5} = \frac{DI}{2,1} = \frac{HI}{AC}$

pour DH, on sait que AB est divisée en six parties égales mesurant chacune $9 : 6 = 1,5$ cm → $DH = 2 \times 1,5 = 3$ cm.
pour DA, on fait $9 : 2 = 4,5$ cm.

On obtient : $\frac{3}{4,5} = \frac{DI}{2,1}$

soit $DI = (3 \times 2,1) : 4,5 = 1,4$ cm.