Comment calculer " moyenne , étendue , fréquence " à partir d'une liste de nombres (rappel)

Pour bien être à l'aise avec les statistiques en Troisième, il est forcément utile de revoir les méthodes de calculs des indicateurs vus les années précédentes (***fréquence***, ***moyenne***, ***étendue***).
On va faire ici une étude "complète" en partant d'une série de notes (c'est à dire une liste de nombres), en reprenant également le vocabulaire "***population et caractère***".

La situation

On s'intéresse à la hauteur (en mètres) de différents immeubles de la ville d'Aix en Provence :

13 ; 14 ; 11 ; 13 ; 18 ; 14 ; 12 ; 13

La population et le caractère

La population étudiée est : des immeubles de la ville d'Aix

Le caractère étudiée est : leur hauteur

Calcul de la moyenne

On va utiliser la méthode de base pour ce calcul de la moyenne.

→ l'effectif total est égal à 8 (il y a 8 valeurs)
→ la moyenne est égale à

$(13 + 14 + 11 + 13 + 18 + 14 + 12 + 13) : \boxed{8}$

il y a 8 valeurs en tout

$= 13,5 \boxed{m}$

ne pas oublier l'unité

Calcul de l'étendue

C'est l'écart entre la plus grande et la plus petite valeur de la série → on doit faire une soustraction.

plus petite valeur : 11 plus grande valeur : 18
L'étendue est égale à $18 - 11 = 7 \boxed{m}$

ne pas oublier l'unité

Calcul d'une fréquence (ou d'un pourcentage)

On va chercher ici à calculer la fréquence (ou le pourcentage) de la hauteur 13 m.

Il y a $\boxed{3}$ immeubles $\boxed{\text{sur}}$ un total de $\boxed{8}$ qui mesurent 13m.
La fréquence est égale à $\frac{3}{8} = 0,375$

soit 37,5%

Comment calculer " moyenne , étendue , fréquence "
à partir d'un tableau (rappel)

Pour bien être à l'aise avec les statistiques en Troisième, il est forcément utile de revoir les méthodes de calculs des indicateurs vus les années précédentes (***fréquence***, ***moyenne***, ***étendue***).
On va faire ici une étude "complète" en partant d'une série de durée (c'est à dire une liste de nombres) que l'on va ordonner sous la forme d'un ***tableau***.

La situation

On s'intéresse à la durée du trajet des professeurs pour arriver au collège le matin. On a les réponses suivantes (en minutes) : 10 – 10 – 5 – 10 – 20 – ***15*** – ***15*** – 25 – 10 – 5 – 10 – 20 – 10 – ***15*** – 20 – 10

La population et le caractère

La population étudiée est : des professeurs du collège

Le caractère étudiée est : leur durée de trajet

Réalisation du tableau

Il est évident qu'il faut ordonner les données recueillies et on va utiliser ici un tableau :

- on met toujours le *caractère* (ici, la durée du trajet) sur la *première ligne*, en écrivant les différentes valeurs (5 ; 10 ; 15 ; 20 ; 25) dans l'*ordre croissant*.
- pour les effectifs, on compte le nombre de fois où apparait la durée 5 , la durée 10 ...etc...
  Par exemple, on a écrit dans la liste les nombres 15 *en italique et en gras* pour bien les voir.

On obtient le tableau suivant :

Durée du trajet (en min)	5	10	15	20	25
Effectif (nombre de professeurs)	2	7	$\boxed{3}$	3	1

il y a 3 professeurs qui mettent 15 min

Calcul de la moyenne

On va utiliser la méthode de calcul de la ***moyenne pondérée*** *(qui doit tenir compte des effectifs).*

→ l'effectif total est égal à $2+7+3+3+1=16$

→ la moyenne est égale à

$$(5\times2+10\times7+15\times3+20\times3+25\times1):\boxed{16}$$

il y a 16 professeurs en tout

$$= 13{,}125\ \boxed{\text{min}} \approx 13\text{ min}$$

ne pas oublier l'unité

Calcul de l'étendue

*C'est l'****écart*** *entre la plus grande et la plus petite valeur du caractère (sur la première ligne du tableau).*

plus petite valeur : 5 min   plus grande valeur : 25 min

L'étendue est égale à $25-5=20\ \boxed{\text{min}}$

ne pas oublier l'unité

Calcul d'une fréquence (ou d'un pourcentage)

On va chercher ici à calculer la fréquence (ou le pourcentage) de la durée 15 m.

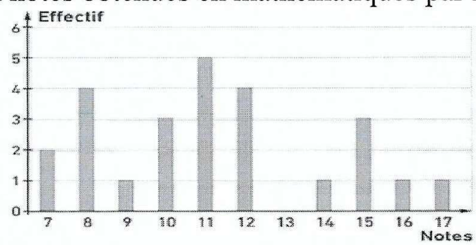
Il y a $\boxed{3}$ professeurs $\boxed{\text{sur}}$ un total de $\boxed{16}$ qui mettent 15 min

La fréquence est égale à $\dfrac{3}{16}=0{,}1875$ (ou 18,75%)

Comment calculer " moyenne , étendue , fréquence "
à partir d'un diagramme (rappel)

Pour bien être à l'aise avec les statistiques en Troisième, il est forcément utile de revoir les méthodes de calculs des indicateurs vus les années précédentes (***fréquence***, ***moyenne***, ***étendue***). On va faire ici une étude "complète" en partant d'un ***diagramme*** (que l'on transforme tout de suite en tableau).

La situation : on s'intéresse aux notes obtenues en mathématiques par les élèves d'une classe de 4e.



La population et le caractère

La population étudiée est : les élèves d'une classe de 4e

Le caractère étudiée est : leurs notes en mathématiques

Réalisation du tableau : pour passer du diagramme au tableau, c'est très simple :

- le *caractère* (ici, les notes), qui est sur l'*axe horizontal des abscisses*, s'écrira sur la *première ligne* du tableau en écrivant les différentes valeurs (7 ; 8 ; 9 ..etc..) dans l'*ordre croissant*.
- les *effectifs*, qui sont sur l'*axe vertical des ordonnées*, s'écriront sur la *deuxième ligne* du tableau.

Notes	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17
Effectifs (nombre d'élèves)	2	4	1	3	5	4	1	$\boxed{3}$	1	1

il y a 3 élèves qui ont eu la note 15

Calcul de la moyenne

*On va utiliser la méthode de calcul de la **moyenne pondérée** (qui doit tenir compte des effectifs).*

→ l'effectif total est égal à $2+4+1+3+5+4+1+3+1+1 = 25$

→ la moyenne est égale à

$(7\times2+8\times4+9\times1+10\times3+11\times5+12\times4+14\times1+15\times3+16\times1+17\times1) : \boxed{25}$

$= 11,2$

il y a 25 élèves en tout

Calcul de l'étendue

*C'est l'**écart** entre la plus grande et la plus petite valeur du caractère (sur la première ligne du tableau).*

plus petite valeur : 7 plus grande valeur : 17

L'étendue est égale à $17 - 7 = 10$

Calcul d'une fréquence (ou d'un pourcentage)

On va chercher ici à calculer la fréquence (ou le pourcentage) de la note 15.

Il y a $\boxed{3}$ élèves $\boxed{\text{sur}}$ un total de $\boxed{25}$ qui ont eu la note 15.

La fréquence est égale à $\frac{3}{25} = 0,12$ (ou 12%)

La médiane en statistiques : qu'est ce que c'est ?

Vous trouverez, dans les fiches suivantes, des méthodes pour calculer la ***médiane*** d'une série statistique. Mais il est important de comprendre, dès le départ, à quoi correspond concrètement cette médiane car cela permettra de bien appréhender ensuite ces futures méthodes.

Une définition

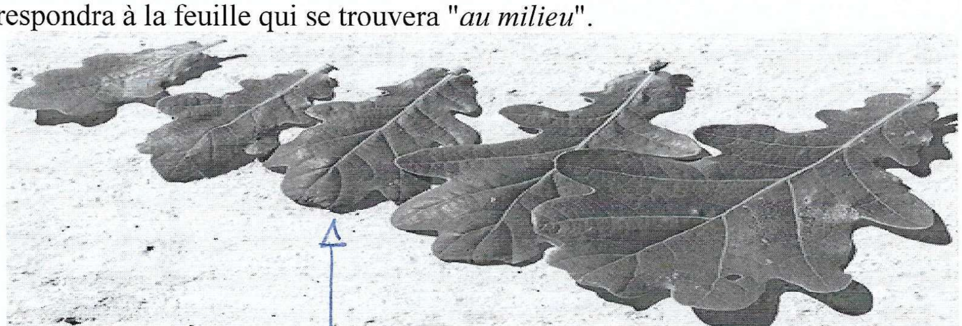
Quand on a une série de valeurs, ***que l'on classera dans l'ORDRE CROISSANT***, la valeur ***médiane*** est la valeur qui permet de partager cette série ***en deux parties de même effectif***.
Cela nous permettra d'affirmer que :
- au moins 50 % (au moins la moitié) des valeurs de la série sont *inférieures ou égales* à cette médiane
- au moins 50 % (au moins la moitié) des valeurs de la série sont *supérieures ou égales* à cette médiane

En langage "*courant* ", on entendra souvent que "*la médiane est la valeur du milieu*".

Des exemples pour illustrer cette définition

On considère la série *ordonnée* suivante de valeurs : 3 – 4 - 5 – 6 – $\boxed{7}$ – 8 – 9 – 10 – 11
La médiane est ici égale à 7 car : c'est la MÉDIANE.
- on a bien quatre valeurs *inférieures ou égales* à 7 (ce sont les valeurs 3 - 4 - 5 - 6)
- on a bien quatre valeurs *supérieures ou égales* à 7 (ce sont les valeurs 8 - 9 - 10 - 11)

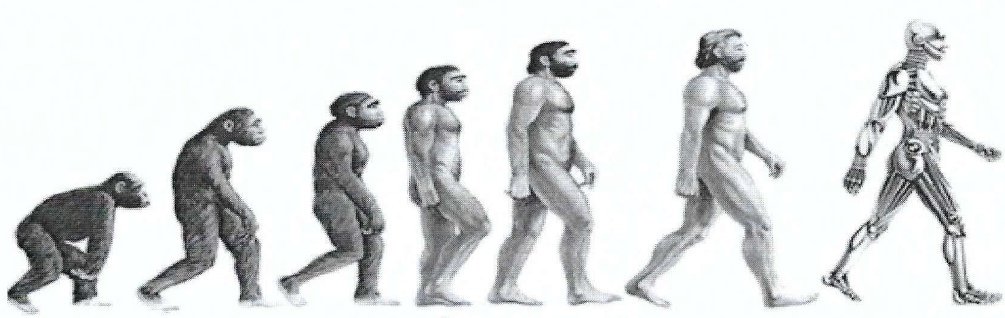
Si on observe la nature et que l'on classe des feuilles dans l'ordre croissant de leur taille, alors la ***taille médiane*** correspondra à la feuille qui se trouvera "*au milieu*".



c'est la taille MÉDIANE.

On a bien 2 feuilles avec une taille *inférieure ou égale* à cette médiane et 2 feuilles avec une taille *supérieure ou égale* à cette médiane.

Si on observe l'évolution de la taille des êtres humains, alors la ***taille médiane*** correspondra à celui qui se trouvera "*au milieu*".



c'est la taille MÉDIANE.

On a bien 3 tailles *inférieures ou égales* à cette taille médiane et 3 tailles *supérieures ou égales* à cette taille médiane.

Comment calculer la médiane d'une série de valeurs : méthode et exemples

Quand on a une série avec un nombre pas trop important de valeurs, il est plus simple de garder cette série sous la forme d'une liste (plutôt que de passer à un tableau de valeurs).
Pour déterminer la *médiane*, vous avez deux choses essentielles à bien retenir :
- il faut que les valeurs soient classées dans l'*ordre croissant.*
- il y a trois types d'exemples possibles , ce qui signifie que, ***quelle que soit la situation proposée***, vous serez dans un de ces trois cas (qu'il faut donc bien comprendre et apprendre).

Un exemple de ce qu'il ne faut surtout pas faire

On considère la liste suivante de nombres : 7 – 5 – 5 – 9 – 10 – 7 – 6 – 8 – 8

Tant que vous n'avez pas remis cette liste dans l'*ordre croissant*, vous ne pouvez pas trouver la médiane. Et si vous répondez que la médiane est égale à 10 (car c'est la valeur du "milieu"), c'est du coup complètement FAUX .

Exemple 1 : *avec un nombre impair de valeurs*

On considère la liste suivante de nombres : 7 – 5 – 5 – 9 – 10 – 7 – 6 – 8 – 8

→ il y a 9 valeurs en tout (c'est bien un nombre impair).

On met cette liste dans l'ordre croissant : $\overbrace{5 - 5 - 6 - 7}^{\text{4 valeurs}} - \boxed{7} - \overbrace{8 - 8 - 9 - 10}^{\text{4 valeurs}}$.

La médiane est égale à 7.

Le fait qu'il y ait un nombre impair de valeurs nous garantit qu'il y en aura toujours une qui partagera la série en deux parties de même effectif.
Ici, **la *médiane* est égale à 7** car il y a bien quatre valeurs inférieures ou égales à ce nombre 7 et quatre valeurs supérieures ou égales à ce nombre 7.

Exemple 2 : *le premier cas avec un nombre pair de valeurs*

On considère la liste suivante de nombres : 7 – 10 – 5 – 9 – 10 – 7 – 6 – 8 – 8 – 9

→ il y a 10 valeurs en tout (c'est bien un nombre pair).

On met cette liste dans l'ordre croissant : $\overbrace{5 - 6 - 7 - 7 - 8}^{\text{5 valeurs}} \mid \overbrace{8 - 9 - 9 - 10 - 10}^{\text{5 valeurs}}$

La médiane est égale à 8.

Le fait qu'il y ait un nombre pair de valeurs nous amène à imaginer une "*barrière*" qui partagera la série en deux parties de même effectif.
Ici, **la *médiane* est égale à 8** car cette "*barrière*" se trouve entre les deux mêmes valeurs égales à 8 (et il y aura bien cinq valeurs d'un côté et cinq valeurs de l'autre).

Exemple 3 : *le deuxième cas avec un nombre pair de valeurs*

On considère la liste suivante de nombres : 7 – 5 – 5 – 9 – 10 – 7 – 6 – 8 – 8 – 9

→ il y a 10 valeurs en tout (c'est bien un nombre pair).

On met cette liste dans l'ordre croissant : $\overbrace{5 - 5 - 6 - 7 - 7}^{\text{5 valeurs}} \mid \overbrace{8 - 8 - 9 - 9 - 10}^{\text{5 valeurs}}$

La médiane est entre 7 et 8.

Le fait qu'il y ait un nombre pair de valeurs nous amène à nouveau à imaginer une "*barrière*" qui partagera la série en deux parties de même effectif.
Ici, on considèrera que **la *médiane* est égale à 7,5** car cette "*barrière*" se trouve entre les valeurs 7 et 8 : on prendra, par convention, le milieu entre ces deux valeurs (mais il ne serait pas faux de prendre comme médiane n'importe quel nombre compris entre 7 et 8).

Comment calculer la médiane d'un tableau des effectifs : la méthode

Dans beaucoup de situations que vous allez rencontrer (en général, quand le nombre de valeurs est très grand), on vous donnera (ou vous devrez faire) un *tableau avec les effectifs*, pour lequel vous devrez savoir déterminer la *médiane* en utilisant la méthode de cette fiche.
Cette méthode s'appliquera dans tous les cas, sauf un cas particulier à voir sur une prochaine fiche .

La situation

On s'intéresse aux notes obtenues en mathématiques par les 127 élèves de 3e au brevet blanc de maths.
Il serait très fastidieux d'écrire ici les 127 notes et de les classer dans l'ordre croissant.
On va tout de suite travailler avec le tableau obtenu en rangeant ces différentes notes.

Notes	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17
Effectifs (nombre d'élèves)	8	9	14	8	23	20	16	12	9	8

Les Effectifs Cumulés Croissants (ou E.C.C.)

La méthode que l'on va voir sur cette fiche nécessite la réalisation d'une troisième ligne sur le tableau : c'est la ligne des *Effectifs Cumulés Croissants*, que l'on notera parfois plus simplement E.C.C.

Pour obtenir cette nouvelle ligne du tableau, il suffit d'ajouter ***au fur et à mesure*** les effectifs entre eux.
On commence avec l'effectif 8.
Puis, on additionne ce 8 avec l'effectif 9 qui suit et on obtient 17.
Puis, on additionne ce 17 avec le 14 qui suit et on obtient 31 (on aurait pu aussi calculer 8 + 9 + 14).
Puis, on additionne ce 31 avec le 8 qui suit et on obtient 39 (on aurait pu aussi calculer 8 + 9 + 14 + 8).

c'est la MÉDIANE

On obtient alors le tableau suivant :

Notes	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17
Effectifs (nombre d'élèves)	8	9	14	8	23	20	16	12	9	8
Effectifs Cumulés Croissants	8	17	31	39	62	82	98	110	119	127

On dépasse 63,5 qui est la moitié de l'effectif total.

La méthode pour trouver la médiane

Cette méthode est très simple mais il faudra bien la suivre afin de ne pas répondre trop tôt en prenant n'importe quel résultat intermédiaire pour conclure.

On prend l'effectif total 127 que l'on divise en 2
→ on obtient 127 : 2 = 63,5
Attention à ne pas répondre que la médiane est égale à 63,5.

On regarde la ligne des Effectifs Cumulés Croissants pour prendre la colonne dans laquelle ces E.C.C. vont dépasser cette valeur de 63,5.
→ c'est quand les E.C.C. passent à la valeur 82 qu'ils vont dépasser cette valeur de 63,5.
Attention à ne pas répondre que la médiane est égale à 82.

La médiane se trouve sur la colonne où l'on a obtenu ce 82 au niveau des E.C.C.
Mais la médiane est une valeur du caractère (sur la première ligne), elle ne sera jamais un effectif.
Donc, la médiane n'est pas égale à 82 (cela n'aurait aucun sens), elle n'est pas égale non plus au 20 qui se trouve juste au dessus (cela aurait aussi peu de sens).

→ La médiane de cette série est égale à la note 12.

On peut donc affirmer ici que la moitié des élèves a obtenu une note inférieure ou égale à 12 et que la moitié des élèves a obtenu une note supérieure ou égale à 12.

Comment calculer la médiane d'un tableau des effectifs : les exemples

Comme souvent en mathématiques, on va se rendre compte, à travers ces exemples, qu'une fois que l'on a appris une méthode, il suffira de la répéter toujours avec les mêmes étapes.

Exemple 1 : on s'intéresse aux notes obtenues en maths par les élèves d'une classe de 3e.

Notes	5	6	7	8	9	10
Effectifs (nombre d'élèves)	4	5	6	7	5	2

→ ***étape 1***: on calcule l'*effectif total* de cette classe (en additionnant tous les effectifs).

L'effectif total est égal à 29 (4+5+6+7+5+2)

→ ***étape 2***: on calcule les ECC (Effectifs Cumulés Croissants) en ajoutant au fur et à mesure les effectifs.

c'est la MÉDIANE

Notes	5	6	7	8	9	10
Effectifs (nombre d'élèves)	4	5	6	7	5	2
E.C.C.	4	9	15	22	27	29

on dépasse 14,5 qui est la moitié de l'effectif total.

→ ***étape 3***: on divise l'effectif total en 2, et la *médiane* sera la note qui correspond à la valeur des E.C.C. dépassant cette moitié des effectifs.

On calcule 29 : 2 = 14,5

→ La médiane est alors égale à la note 7.

Exemple 2 : on s'intéresse aux notes obtenues en maths par les élèves d'une classe de 3e.

Notes	13	14	15	16	17	18
Effectifs (nombre d'élèves)	3	5	4	5	7	3

→ ***étape 1***: on calcule l'effectif total de cette classe (en additionnant tous les effectifs).

L'effectif total est égal à 27 (3+5+4+5+7+3)

→ ***étape 2***: on calcule les ECC (Effectifs Cumulés Croissants) en ajoutant au fur et à mesure les effectifs.

c'est la MÉDIANE

Notes	13	14	15	16	17	18
Effectifs (nombre d'élèves)	3	5	4	5	7	3
E.C.C.	3	8	12	17	24	27

on dépasse 13,5 qui est la moitié de l'effectif total

→ ***étape 3***: on divise l'effectif total en 2, et la *médiane* sera la note qui correspond à la valeur des E.C.C. dépassant cette moitié des effectifs.

On calcule 27 : 2 = 13,5

→ La médiane est alors égale à la note 16.

Comment calculer la médiane d'un tableau des effectifs : le cas particulier

Quand vous allez chercher la *médiane* d'une série statistique dont vous connaissez le tableau des effectifs, vous pourrez sans aucun souci appliquer la méthode vue sur les fiches précédentes. Il va juste y avoir un ***cas particulier*** qu'il faut avoir vu, au moins une fois, pour bien savoir comment le gérer.
Ce ***cas particulier*** ne concernera jamais une série dont l'effectif total est un nombre *impair*. Il ne peut concerner que certaines séries ayant un effectif total *pair*.
En effet, si cet effectif total est *impair*, en appliquant la méthode des fiches précédentes, vous trouverez TOUJOURS une valeur des E.C.C. qui dépassera la moitié de l'effectif total.
Par contre, si l'effectif total est *pair*, et même si dans la majorité des cas vous ne rencontrerez pas de problème, il y aura un cas particulier à savoir traiter : c'est quand la moitié de l'effectif total est ***exactement égal*** à une des valeurs des E.C.C.
C'est l'objet de l'exemple de cette fiche.

La situation : on s'intéresse aux notes obtenues en mathématiques par les élèves d'une classe de 3e.

Notes	5	6	7	8	9	10
Effectifs (nombre d'élèves)	2	5	6	7	4	2

→ ***étape 1***: on calcule l'*effectif total* de cette classe (en additionnant tous les effectifs).

L'effectif total est égal à 26 (2+5+6+7+4+2)

→ ***étape 2***: on calcule les ECC (Effectifs Cumulés Croissants) en ajoutant au fur et à mesure les effectifs.

Notes	5	6	7	8	9	10
Effectifs (nombre d'élèves)	2	5	6	7	4	2
E.C.C.	2	7	$\boxed{13}$	20	24	26

on obtient dans les E.C.C la valeur 13 qui correspond à la moitié de l'effectif total

→ ***étape 3***: on divise l'effectif total en 2, et la *médiane* sera la note qui correspond à la valeur des E.C.C. dépassant cette moitié des effectifs.

On calcule 26 : 2 = 13

MAIS ce nombre 13 se retrouve dans la ligne des E.C.C.

ET vous ne pouvez pas conclure que la médiane est égale à 7.

PAR CONTRE, vous pourrez affirmer que la médiane se trouvera entre 7 et 8 , qui est la valeur suivante sur la première ligne du caractère.

→ on dira que la médiane est égale à 7,5