Factorisation avec identités remarquables et équation produit nul

Nous allons revoir rapidement les résultats obtenus en *factorisant les identités remarquables* (pour plus de précisions et d'exemples, vous avez un chapitre de 3e, sur ce site, avec des fiches méthodes).
En effet, dans certains cas très particuliers, l'équation proposée ne peut se factoriser qu'avec ces IR (Identités Remarquables) et on pourra alors appliquer les résultats obtenus sur les *équations produit nul*.

Un rappel des trois identités remarquables

On a : $4x^2 + 20x + 25 = IR1 = (2x+5)^2$

On a : $4x^2 - 20x + 25 = IR2 = (2x-5)^2$

On a : $4x^2 - 25 = IR3 = (2x-5)(2x+5)$

Applications

Exemple 1* : *on veut résoudre l'équation $25x^2 - 64 = 0$

→ on *factorise* l'expression $25x^2 - 64$ avec une identité remarquable (qui correspond ici à IR3) .

On a : $25x^2 - 64 = IR3 = (5x-8)(5x+8)$

→ l'équation devient $(5x-8)(5x+8) = 0$ et on reconnait une *équation produit nul.*

→ un produit de facteurs est nul si l'un de ses facteurs est nul

On a : $5x - 8 = 0$ ou $5x + 8 = 0$

$5x = 8$ $\qquad$ $5x = -8$

$x = 8 : 5$ $\qquad$ $x = -8 : 5$

$x = 1,6$ $\qquad$ $x = -1,6$

Il y a deux solutions : $-1,6$ et $1,6$ → $S = \{-1,6 ; 1,6\}$

Exemple 2* : *on veut résoudre l'équation $4x^2 - 12x + 9 = 0$

→ on *factorise* l'expression $4x^2 - 12x + 9$ avec l'identité remarquable (qui correspond ici à IR2) .

On a : $4x^2 - 12x + 9 = IR2 = (2x-3)^2$

→ l'équation devient $(2x-3)^2 = 0$ et on reconnait une *équation produit nul* (un peu particuière).

Il n'y a en fait qu'un seul facteur dans $(2x-3)^2$
Donc seul le facteur $2x-3$ peut être égal à zéro.

On a : $2x - 3 = 0$

$2x = 3$

$x = 3 : 2$ → $x = 1,5$

Il y a une seule solution : $1,5$ → $S = \{1,5\}$