Equation produit nul : définition et méthode

Ce chapitre qui concerne les *équations produit nul* ou *équations produit égal à zéro* est soumis à des règles très précises. On est dans une partie du programme très spécifique, qui ne s'appliquera qu'avec des équations très particulières.

Qu'est ce qu'une équation produit nul ?

Une *équation produit nul*, c'est un *produit* de plusieurs facteurs, de plusieurs termes (en général, ce sont des parenthèses) et on cherche les valeurs de x pour que le résultat final du produit soit *égal à zéro*.

→ l'équation $(3x + 12)(2x - 6) = 1$ ***N'EST PAS*** une *équation produit nul* car, même si on a bien un produit de facteurs, le résultat final est ici égal à 1 et non pas à 0.
→ l'équation $(3x + 12) + (2x - 6) = 0$ ***N'EST PAS*** une *équation produit nul* car, même si le résultat final est bien égal à 0, on n'a pas de produit de facteurs mais une somme.
→ l'équation $(3x + 12)(2x - 6) = 0$ ***EST*** une *équation produit nul* car on a bien un produit de facteurs et le résultat final est bien égal à 0.

La phrase à apprendre par coeur

Elle sera à répéter à chaque fois que vous résoudrez une *équation produit nul*.

Un produit de facteurs est nul si l'un de ses facteurs est nul

Le principe

Il est très simple à comprendre : pour que le résultat d'une multiplication (d'un produit) soit égal à zéro, il faut forcément qu'un des temes multipliés soit égal à zéro.
→ *impossible d'obtenir zéro avec une multiplication si il n'y a pas de zéro DANS cette multiplication !*

La méthode de résolution d'une équation produit nul

On veut résoudre l'équation produit nul suivante : $(3x + 12)(2x - 6) = 0$
→ étape 1 : on reconnait une *équation produit nul* et on écrit la phrase "un produit de facteurs est nul si l'un de ses facteurs est nul".
→ étape 2 : on indique alors que, soit le *premier facteur est nul* et on résout l'équation $3x + 12 = 0$, soit le *deuxième facteur est nul* et on résout l'équation $2x - 6 = 0$.

On résout maintenant cette équation $(3x + 12)(2x - 6) = 0$

→ on reconnait une équation produit nul
→ un produit de facteurs est nul si l'un de ses facteurs est nul
→ on a : $3x + 12 = 0$ ou $2x - 6 = 0$

$3x = -12$ $\quad$ $2x = 6$
$x = -12 : 3$ $\quad$ $x = 6 : 2$
$x = -4$ $\quad$ $x = 3$

Il y a donc deux solutions : -4 et 3.
On peut le noter $S = \{-4 ; 3\}$ ← ensemble solution qui s'écrit avec des accolades

On peut vérifier, qu'en remplaçant x par -4 , on obtient $(3\times(-4) + 12)(2\times(-4) - 6) = 0 \times (-14) = 0$
et en remplaçant x par 3 , on obtient $(3\times 3 + 12)(2\times 3 - 6) = 21 \times 0 = 0$