Triangle rectangle dans un cercle – le cercle circonscrit

Cette propriété ne demande ***aucun*** calcul. Elle fait juste un lien géométrique entre cercle et triangle rectangle. Ce lien va paraitre "*tout bête*" et sans beaucoup d'importance.
Détrompez vous car vous allez retrouver son utilisation tout au long de vos études secondaire.

Triangle rectangle dans un cercle de diamètre donné

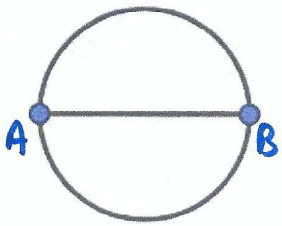

Figure 1

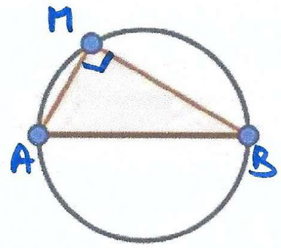

Figure 2

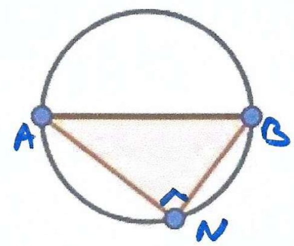

Figure 3

Sur la figure 1 , on part d'un cercle de diamètre [AB].
Sur la figure 2 , on place un point M quelconque sur ce cercle : le triangle AMB est rectangle en M.
Sur la figure 3 , on place un point N quelconque sur ce cercle : le triangle ANB est rectangle en N.

La propriété peut s'exprimer de la façon suivante :
Si un point P appartient à un cercle de diamètre [EF] donné , alors le triangle EPF est rectangle en P.

Cercle circonscrit et triangle rectangle

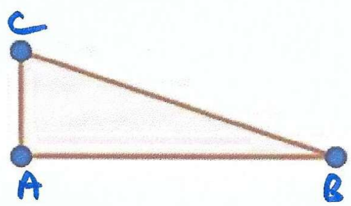

Figure 1

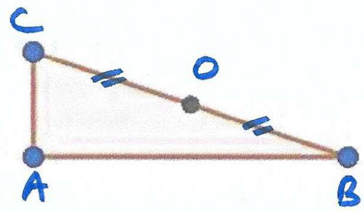

Figure 2

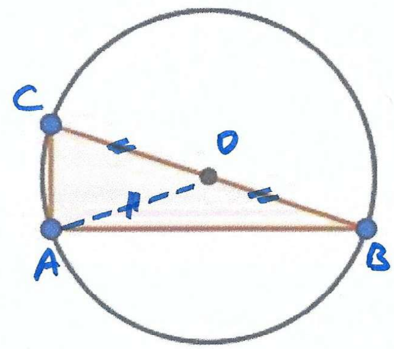

Figure 3

On rappelle que le *cercle circonscrit* d'un triangle est le seul cercle existant qui passera par les trois sommets du triangle.
En faisant le lien avec la propriété précédente, on peut comprendre la propriété suivante

Propriété
Dans un *triangle rectangle*, le cercle circonscrit a son *centre* qui se trouve au *milieu* de l'hypoténuse.
Le rayon de ce cercle est donc égal à la moitié de la longueur de l'hypoténuse (ou le diamètre est égal à toute la longueur de l'hypoténuse).
Le centre O du cercle est équidistant des trois sommets du triangle : on a donc OA = OB = OC.

Pour construire ce cercle :

- on place donc le milieu O de l'hypoténuse (figure 2).
- on trace ensuite le cercle de centre O passant par A (ou par B, ou par C).
  C'est le cercle circonscrit du triangle ABC (figure 3), qui passe par les trois sommets A, B et C.