

La population et le caractère en statistique

Je pense qu'il est important de bien fixer ce vocabulaire car, sinon, ce chapitre sur les statistiques peut vite devenir une succession de nombres pour lesquels vous risquez de ne plus savoir à quoi ils correspondent.

Le vocabulaire

La population, c'est savoir "on étudie qui?".
 Le caractère, c'est savoir "pour cette population, on étudie quoi?".

Vous ferez attention, qu'en statistique, la population ce n'est pas forcément des personnes, des hommes ou des femmes. La population, en statistique, peut tout à fait être des objets, des arbres, des villes

Des exemples

On s'intéresse aux notes obtenues en mathématiques par les 26 élèves d'une classe de quatrième.

La population est: les 26 élèves d'une classe de 4^e.
 Le caractère est: des notes obtenues.

On s'intéresse à l'âge des participants de la course Marseille-Cassis en 2019.

La population est: les participants à la course.
 Le caractère est: leur âge.

Chez un pépiniériste, on s'intéresse à la taille des différents oliviers proposés à la vente.

La population est: des oliviers.
 Le caractère est: la taille de ces oliviers.

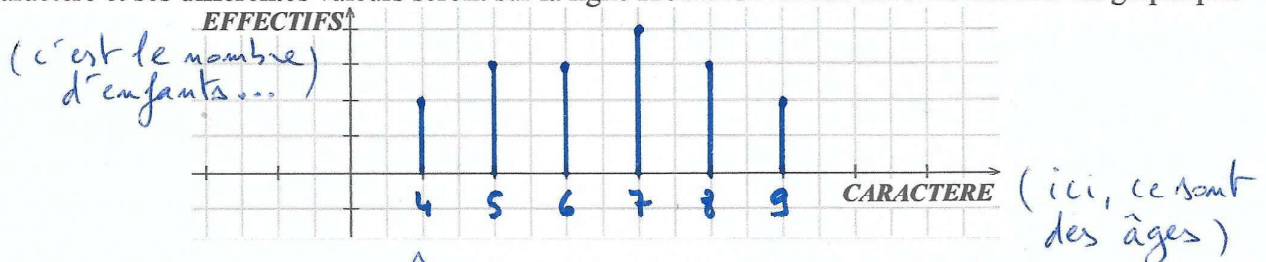
Savoir bien placer le caractère dans un tableau ou un graphique

Le caractère et ses différentes valeurs seront sur la PREMIERE LIGNE du tableau statistique.

Le CARACTÈRE (ici, ce sont des NOTES)	12	13	14	15
Les EFFECTIFS (c'est le nombre d'élèves...)	6	5	2	1

↑ il y a 6 élèves qui ont eu la note 12.

Le caractère et ses différentes valeurs seront sur la ligne HORIZONTALE des ABSCISSES du graphique.



↑ il y a 2 enfants qui sont âgés de 4 ans.

Comment calculer une moyenne (à partir d'une liste de valeurs)

C'est ce calcul que vous avez déjà utilisé pour calculer vos "moyennes" dans chaque matière ou votre "moyenne trimestrielle" (à condition qu'il n'y ait pas de coefficients qui rentrent en jeu !).

La méthode

Quand vous avez une liste de valeurs, pour calculer la moyenne de cette liste ,
il suffit d'additionner toutes les valeurs entre elles et de diviser par le nombre de valeurs.

Exemple : avec la liste suivante de valeurs : 12 - 14 - 11 - 15 - 18

La moyenne est égale à $(12 + 14 + 11 + 15 + 18) : 5 = 24$
↑ il y a 5 valeurs

Propriétés

. La moyenne d'une série de valeurs est un nombre qui est forcément compris entre la plus petite valeur de la série et la plus grande valeur de la série.

La moyenne ci-dessus (24) est bien entre 11 et 18 .

.. La moyenne s'exprime forcément dans la même unité que les valeurs du caractère étudié.
N'oubliez pas de bien écrire cette unité à la fin de votre calcul.

Application

On va considérer un élève qui calcule sa moyenne en mathématiques au fur et à mesure du trimestre.

→ avec ses deux premières notes : 12 - 15

La moyenne est égale à $(12 + 15) : 2 = 13,5$
↑ il y a 2 notes

→ avec une troisième note égale à 6. Cela fait donc trois notes en tout : 12 - 15 - 6

La moyenne est égale à $(12 + 15 + 6) : 3 = 11$
↑ il y a 3 notes

→ avec une quatrième note égale à 15. Cela fait donc quatre notes en tout : 12 - 15 - 6 - 15

La moyenne est égale à $(12 + 15 + 6 + 15) : 4 = 12$
↑ il y a 4 notes

→ avec une cinquième note égale à 16. Cela fait donc cinq notes en tout : 12 - 15 - 6 - 15 - 16

La moyenne est égale à $(12 + 15 + 6 + 15 + 16) : 5 = 12,8$
↑ il y a 5 notes

Un piège dans lequel ne pas tomber

On cherche à calculer la moyenne de la liste suivante de valeurs : 12 - 15 - 15 - 12 - 15

Si vous divisez par 2, parce que vous considérez qu'il n'y a que deux valeurs 12 et 15, c'est FAUX !!

On obtiendrait $(12 + 15 + 15 + 12 + 15) : 2 = 34,5$
ce qui n'a aucun sens ici !

Il y a bien CINQ valeurs en tout , et il faut bien sûr diviser par 5 !!

La moyenne est égale à $(12 + 15 + 15 + 12 + 15) : 5 = 13,8$
↑ il y a 5 notes !

Comment calculer une moyenne avec la méthode de la moyenne pondérée

La *moyenne pondérée* n'est pas une nouvelle moyenne. C'est juste une autre façon de calculer une moyenne, en tenant compte de coefficients, ou de valeurs qui vont se retrouver un certain nombre de fois.

Un exemple

On cherche à calculer la moyenne de la liste suivante : 12 – 15 – 15 – 12 – 15 .

On remarque que la note 12 a été obtenue 2 fois et que la note 15 a été obtenue 3 fois.
 → on calcule $(12 \times 2 + 15 \times 3) : 5 = 23,8$
 ↑ il y a bien 5 notes en tout

Organisation à l'aide d'un tableau

On aurait pu organiser, dans un tableau, cette liste de nombres : 12 – 15 – 15 – 12 – 15 .

On rappelle que le caractère (ici, les notes) se note sur la première ligne de ce tableau.

On obtient le tableau suivant :

Notes	12	15
Effectifs	2	3

La méthode pour calculer une moyenne pondérée avec un tableau

On considère le tableau de notes suivant :

Notes	9	12	13	15
Effectifs	5	6	3	2

Etape 1 : on calcule l'*effectif total* en additionnant tous les effectifs entre eux.

On obtient $5 + 6 + 3 + 2 = 16$ → il y a 16 notes en tout

Etape 2 : on tient compte que la note 9 a été obtenue 5 fois et on calcule 9×5

puis on tient compte que la note 12 a été obtenue 6 fois et on calcule 12×6

puis on tient compte que la note 13 a été obtenue 3 fois et on calcule 13×3

puis on tient compte que la note 15 a été obtenue 2 fois et on calcule 15×2

et, à la fin, on divise par le nombre total de notes, qui correspond à l'*effectif total* égal à 16.

On obtient $(9 \times 5 + 12 \times 6 + 13 \times 3 + 15 \times 2) : 16$
 $= 11,625$
 ↑ il y a 16 notes

La moyenne est donc égale à $11,625$
 (on peut vérifier qu'elle est bien comprise entre 9 et 15).

Attention :

Beaucoup d'élèves pensent qu'il y a 4 notes car ils voient, dans le tableau, 4 colonnes, et c'est FAUX !!

Le résultat obtenu $(9 \times 5 + 12 \times 6 + 13 \times 3 + 15 \times 2) : 4 = 46,5$ n'est pas la *moyenne* et n'a aucun sens ici car la plus petite note est égale à 9 et la meilleure note est égale à 15.

Comment calculer une moyenne pondérée : des exemples

On va voir, ici, deux exemples de calcul de *moyenne pondérée* pour des séries statistiques données sous la forme d'un tableau. On en profitera pour revoir le vocabulaire "*population et caractère*".

On rappelle que le *caractère* se place automatiquement sur la première ligne du tableau, et que la *moyenne* s'exprime avec la *même unité* que les valeurs de ce caractère.

Exemple 1

On a demandé à des élèves : "Combien de temps travaillez vous chaque soir ?".

Les réponses ont été organisées dans le tableau suivant :

Temps de travail (en min)	20	30	40	50	60
Effectif (nombre d'élèves)	6	16	12	11	5

↑ il y a 6 élèves qui travaillent 20 minutes.

La population étudiée est : *des élèves.*

Le caractère étudié est : *le temps de travail chaque soir.*

On calcule la moyenne :

→ on calcule l'effectif total $6 + 16 + 12 + 11 + 5 = 50$

→ la moyenne est égale à

$$(20 \times 6 + 30 \times 16 + 40 \times 12 + 50 \times 11 + 60 \times 5) : 50$$

$$= 38,6 \text{ min}$$

← ne pas oublier l'unité!

↑ il y a 50 élèves!

Exemple 2

On s'intéresse au prix d'un litre d'essence dans l'ensemble des stations service d'Aix en Provence.

On a regroupé les réponses dans le tableau suivant :

Prix du litre (en euros)	1,35	1,36	1,37	1,38	1,39	1,4
Effectif (nombre de stations)	3	4	6	7	3	2

↑ il y a 3 stations où le prix du litre est 1,35 €.

La population étudiée est : *les stations service*

Le caractère étudié est : *le prix d'un litre d'essence*

On calcule la moyenne :

→ on calcule l'effectif total $3 + 4 + 6 + 7 + 3 + 2 = 25$

→ la moyenne est égale à

$$(1,35 \times 3 + 1,36 \times 4 + 1,37 \times 6 + 1,38 \times 7 + 1,39 \times 3 + 1,4 \times 2) : 25$$

$$= 1,3736 \text{ euros}$$

← ne pas oublier l'unité!

↑ il y a 25 stations!

L'étendue en statistique : définition , comment la calculer

L'étendue est un indicateur de dispersion en statistique. Et, avec sa définition, vous allez tout comprendre.

Définition

L'étendue d'une série de valeurs est la **différence** entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de cette série.

On fera donc la **soustraction** entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série.

Cela correspond donc à l'**écart** entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série.

L'étendue s'exprime forcément dans la **même unité** que les valeurs du caractère.

Des exemples

→ avec une série de notes : 13 ; 14 ; 15 ; 8 ; 13 ; 17 ; 11

plus grande valeur : 17 plus petite valeur : 8

L'étendue est égale à $17 - 8 = 9$

→ avec une série de prix : 5 euros ; 3 euros ; 9 euros ; 11 euros

plus grande valeur : 11 plus petite valeur : 3

L'étendue est égale à $11 - 3 = 8$ euros ← bien penser à l'unité!

→ en reprenant un tableau vu sur une fiche précédente

Temps de travail (en min)	20	30	40	50	60
Effectif (nombre d'élèves)	6	16	12	11	5

Le piège est de calculer $16 - 5 = 11$ en faisant la différence entre le plus grand effectif et le plus petit. C'est complètement FAUX et cela n'a aucun sens ici.

L'étendue se calcule par la **différence des valeurs du caractère**, qui se trouvent sur la première ligne !!

plus grande valeur : 60 plus petite valeur : 20

L'étendue est égale à $60 - 20 = 40$ min ← bien penser à l'unité!

→ en reprenant un autre tableau vu sur une fiche précédente

Prix du litre (en euros)	1,35	1,36	1,37	1,38	1,39	1,4
Effectif (nombre de stations)	3	4	6	7	3	2

Le piège reste de calculer $7 - 2 = 5$ en faisant la différence entre le plus grand effectif et le plus petit. C'est complètement FAUX et cela n'a aucun sens ici.

L'étendue se calcule par la **différence des valeurs du caractère**, qui se trouvent sur la première ligne !!

plus grande valeur : 1,4 plus petite valeur : 1,35

L'étendue est égale à $1,4 - 1,35 = 0,05$ euros ← bien penser à l'unité!
 $= 5$ centimes ←

Comment calculer " moyenne , étendue , fréquence " à partir d'un tableau

On va faire ici une étude statistique "complète" pour laquelle :

- on part d'une série de valeurs, que l'on va commencer par ranger dans un tableau.
- on pourra, ensuite, calculer la *moyenne* (pondérée), l'*étendue* et revoir la notion de *fréquence*.

La situation

On s'intéresse à la durée du trajet des élèves pour arriver au collège le matin. On a les réponses suivantes (en minutes) : 10 - 10 - 5 - 10 - 20 - *15 - 15* - 25 - 10 - 5 - 10 - 20 - 10 - *15 - 20* - 10 - *15 - 25 - 15* - 20 - 10 - *15 - 20* - 10 - 25 - *15 - 10* - 10 - 20 - 10 - 25 - 20 - 10 - 25 - 20 - *15 - 15* - 10 - 5 - 5

La population et le caractère

La population étudiée est : *des élèves du collège*

Le caractère étudié est : *la durée de leur trajet pour aller à l'école*

Réalisation du tableau

Il est évident qu'il faut ordonner les données recueillies et on va utiliser un tableau :

- on met toujours le *caractère* (ici, la durée du trajet) sur la *première ligne*, en écrivant les différentes valeurs (5 ; 10 ; 15 ; 20 ; 25) dans l'*ordre croissant*.
- pour les effectifs, on compte le nombre de fois où apparaît la durée 5, la durée 10 ...etc...
Par exemple, on a écrit dans la liste les nombres 15 *en italique et en gras* pour bien les voir.

On obtient le tableau suivant :

Durée du trajet (en min)	5	10	15	20	25
Effectif (nombre d'élèves)	4	14	9	8	5

il y a 9 élèves qui ont mis 15 min ↴

Calcul de la moyenne

→ l'effectif total est égal à $4 + 14 + 9 + 8 + 5 = 40$

→ la moyenne est égale à

$$(5 \times 4 + 10 \times 14 + 15 \times 9 + 20 \times 8 + 25 \times 5) : \boxed{40}$$

$$= 14,5 \boxed{\text{min}}$$

ne pas oublier l'unité.

il y a 40 élèves en tout

Calcul de l'étendue

plus petite valeur : 5 plus grande valeur : 25

L'étendue est égale à $25 - 5 = 20$ min

ne pas oublier l'unité

Calcul d'une fréquence (ou d'un pourcentage)

C'est un rappel d'un calcul normalement vu en classe de cinquième.

Il y a $\boxed{9}$ élèves sur un total de $\boxed{40}$ qui ont mis 15 min.

La fréquence est égale à $\frac{9}{40} = 0,225$ (ou 22,5 %)

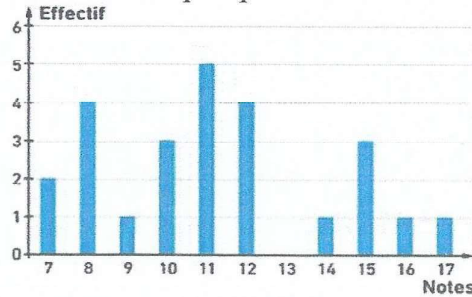
Comment calculer " moyenne , étendue , fréquence " à partir d'un diagramme

On va faire ici une étude statistique "complète" pour laquelle :

- on part d'un *diagramme*, que l'on va tout de suite transformer en tableau (plus facile à traiter).
- on pourra ensuite calculer la *moyenne* (pondérée), l'*étendue* et revoir la notion de *fréquence*.

La situation

On s'intéresse aux notes obtenues en mathématiques par les élèves d'une classe de 4e.



La population et le caractère

La population étudiée est : *les élèves d'une classe de 4e*

Le caractère étudié est : *leur notes en mathématiques*

Réalisation du tableau

Pour passer du diagramme au tableau, c'est très simple :

- le *caractère* (ici, les notes), qui sont sur l'*axe horizontal des abscisses*, s'écrira sur la *première ligne* du tableau en écrivant les différentes valeurs (7 ; 8 ; 9 ..etc..) dans l'*ordre croissant*.
- les *effectifs*, qui sont sur l'*axe vertical des ordonnées*, s'écriront sur la *deuxième ligne* du tableau.

Notes	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17
Effectif (nombre d'élèves)	2	4	1	3	5	4	1	3	1	1

il y a 2 élèves qui ont eu la note 7

Calcul de la moyenne

→ l'*effectif total* est égal à $2+4+1+3+5+4+1+3+1+1=25$

→ la *moyenne* est égale à

$$(7 \times 2 + 8 \times 4 + 9 \times 1 + 10 \times 3 + 11 \times 5 + 12 \times 4 + 14 \times 1 + 15 \times 3 + 16 \times 1 + 17 \times 1) : 25 = 11,2$$

il y a 25 élèves en tout

Calcul de l'étendue

plus petite valeur : 7 *plus grande valeur : 17*

l'*étendue* est égale à $17 - 7 = 10$

Calcul d'une fréquence (ou d'un pourcentage)

Il y a 4 élèves *sur* un total de 25 qui ont eu la note 12
La *fréquence* est égale à $\frac{4}{25} = 0,16$ (ou 16%)

La notion de "classe" en statistiques

Lorsque le caractère prend beaucoup de valeurs différentes, plutôt que d'avoir un tableau avec beaucoup de colonnes, on préférera regrouper les valeurs au sein d'une même "classe". Par exemple, on comptera dans la même colonne toutes les personnes pesant entre 50 et 55 kg, puis ceux pesant entre 55 et 60 kg ... *Attention, il faut que ces "classes" aient la même amplitude (le même écart entre leurs deux valeurs).*

La règle pour calculer la moyenne

Lorsqu'une étude statistique est donnée avec des "classes", alors pour le calcul de la moyenne, ET **UNIQUEMENT POUR LE CALCUL DE LA MOYENNE**, on remplace chaque "classe" par son milieu.

Un exemple avec un tableau

Temps de sommeil	Entre 6 et 7 h	Entre 7 et 8 h	Entre 8 et 9 h	Entre 9 et 10 h
Effectifs	18	25	12	7

On calcule la moyenne → on remplace "entre 6 et 7 h" par 6,5

→ l'effectif total est égal à $18 + 25 + 12 + 7 = 62$

→ la moyenne est égale à

$$(18 \times 6,5 + 25 \times 7,5 + 12 \times 8,5 + 7 \times 9,5) : 62 \approx 7,6 \text{ h}$$

On calcule l'étendue

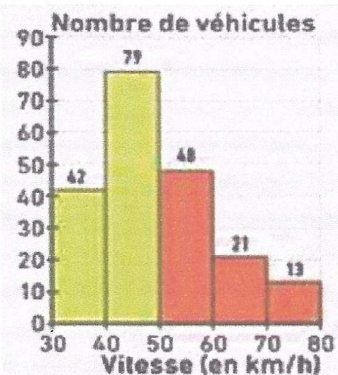
plus petite valeur : 6 plus grande valeur : 10

l'étendue est égale à $10 - 6 = 4 \text{ h}$

ne pas oublier l'unité.

ne pas oublier l'unité.

Un exemple avec un diagramme



On calcule la moyenne → on remplace "entre 30 et 40 km/h" par 35

→ l'effectif total est égal à $42 + 79 + 48 + 21 + 13 = 203$

→ la moyenne est égale à

$$(42 \times 35 + 79 \times 45 + 48 \times 55 + 21 \times 65 + 13 \times 75) : 203 \approx 49,3 \text{ km/h}$$

On calcule l'étendue

plus petite valeur : 30 plus grande valeur : 80

l'étendue est égale à $80 - 30 = 50 \text{ km/h}$

ne pas oublier l'unité.

ne pas oublier l'unité.