Le vocabulaire dans le triangle rectangle

Une bonne maitrise du vocabulaire est indispensable avant de se lancer complètement dans ce chapitre.

Le vocabulaire à maitriser

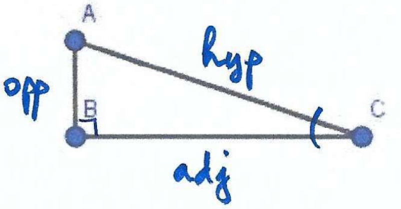
→ Un triangle rectangle est un triangle qui a un *angle droit*. Ne pas oublier d'écrire "*triangle rectangle en* ...." pour bien indiquer où se trouve l'angle droit.

→ Le côté le plus grand , qui se trouve "en face" de l'angle droit, est l'***hypoténuse***.

→ Un triangle rectangle possède trois angles : un angle droit et deux angles qui seront forcément aigus (avec une mesure entre 0° et 90°).

→ Si on s'intéresse à un de ces angles aigus, le côté se trouvant "en face" de cet angle s'appellera le ***côté opposé*** à cet angle.

→ Et le troisième (et dernier) côté s'appellera le ***côté adjacent*** à cet angle.



[AC] est l' hypoténuse.
Par rapport à l'angle $\hat{C}$,
[AB] est le côté opposé
et [BC] est le côté adjacent.

Savoir faire le "*tour du triangle*"

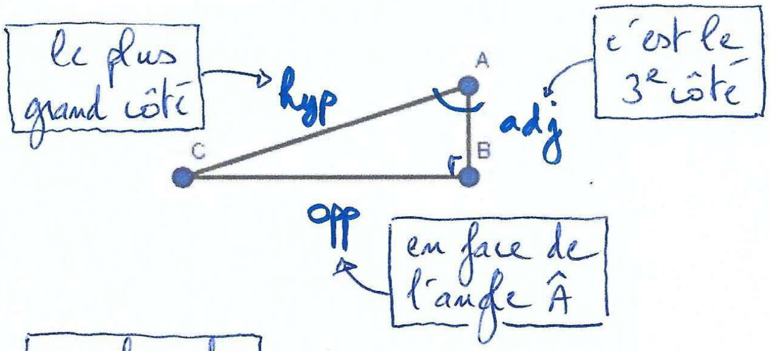
C'est une appellation très personnelle que je vais utiliser ici.

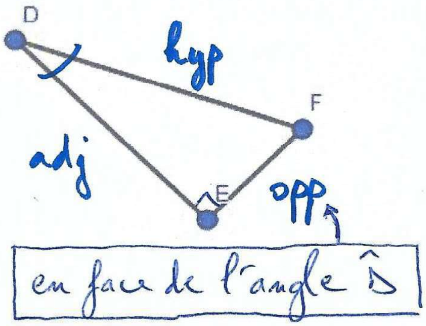
Faire le "*tour du triangle*" signifie, qu'une fois l'angle aigu bien indiqué sur sa figure ou son croquis, on va écrire clairement en respectant toujours le même ordre :

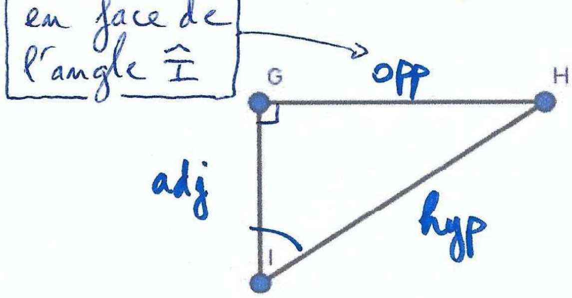
- l'***hypoténuse***, noté "***hyp***" (c'est le plus grand côté , en face de l'angle droit).
- le ***côté opposé*** à cet angle aigu, noté "***opp***" (c'est le côté en face de cet angle aigu étudié).
- le ***côté adjacent*** à cet angle aigu, noté "***adj***" (c'est le côté qui reste).

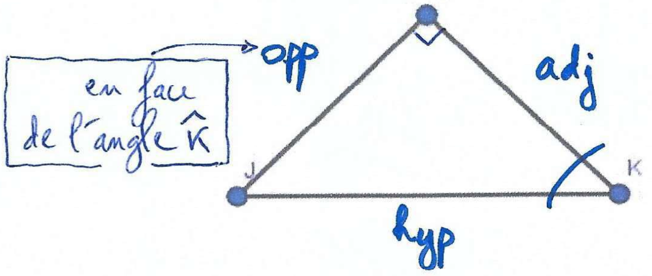
En résumé, faire le "*tour du triangle*", c'est pour CHAQUE énoncé de 3e en trigonométrie, écrire DANS L'ORDRE "***hyp***" , puis "***opp***" et enfin "***adj***".

Quelques exemples









Les trois formules trigonométriques

Vous pouvez constater, sur votre calculatrice, l'existence de trois touches : ***cos*** , ***sin*** et ***tan***.
Ces touches nous permettent de calculer le *cosinus* d'un angle (touche ***cos***) , le *sinus* d'un angle (touche ***sin***) ou la *tangente* d'un angle (touche ***tan***).
Les trois formules trigonométriques qui vont suivre vont nous permettre de définir chacune de ces valeurs comme un *rapport de longueurs* à l'intérieur d'un triangle rectangle.

Les trois formules trigonométriques

Dans un *triangle rectangle* (c'est une hypothèse FONDAMENTALE), on aura :

cosinus (d'un angle $\widehat{A}$) = $\dfrac{\text{côté adjacent à cet angle } \widehat{A}}{\text{hypoténuse du triangle rectangle}}$ $\longrightarrow \cos = \dfrac{adj}{hyp}$

sinus (d'un angle $\widehat{A}$) = $\dfrac{\text{côté opposé à cet angle } \widehat{A}}{\text{hypoténuse du triangle rectangle}}$ $\longrightarrow \sin = \dfrac{opp}{hyp}$

tangente (d'un angle $\widehat{A}$) = $\dfrac{\text{côté opposé à cet angle } \widehat{A}}{\text{côté adjacent à cet angle } \widehat{A}}$ $\longrightarrow \tan = \dfrac{opp}{adj}$

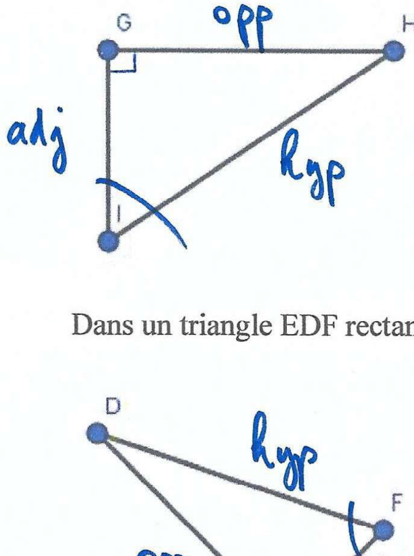
L'enjeu de ce chapitre est bien de se souvenir de ces TROIS FORMULES et de ne pas les mélanger, car à tout moment , vous aurez à utiliser l'une ou l'autre. Il existe beaucoup de *moyen mnémotechniques* pour les mémoriser. Découvrez les et partagez les entre vous ! Par exemple, vous pouvez essayer en disant rapidement le mot formé par chaque première lettre de ces formules ; CAHSOHTOA.

Application de ces formules

Voici les différentes étapes à toujours bien respecter dans l'ordre :

- on indique bien sur la figure quel est l'*angle* aigu étudié.
- on fait le "*tour du triangle*" (voir fiche précédente).
- on peut alors écrire les *formules trigonométriques.*

Dans un triangle GHI rectangle en G, si on s'intéresse à l'angle $\hat{I}$, on peut écrire :

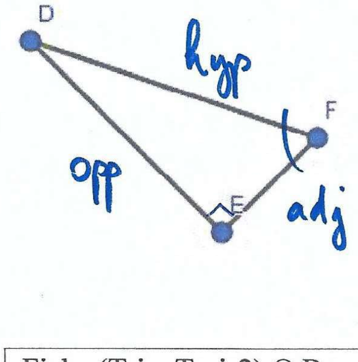


$$\cos \hat{I} = \frac{adj}{hyp} \longrightarrow \cos \hat{I} = \frac{IG}{IH}$$

$$\sin \hat{I} = \frac{opp}{hyp} \longrightarrow \sin \hat{I} = \frac{GH}{IH}$$

$$\tan \hat{I} = \frac{opp}{adj} \longrightarrow \tan \hat{I} = \frac{GH}{IG}$$

Dans un triangle EDF rectangle en E, si on s'intéresse à l'angle $\hat{F}$, on peut écrire :



$$\cos \hat{F} = \frac{adj}{hyp} \longrightarrow \cos \hat{F} = \frac{FE}{FD}$$

$$\sin \hat{F} = \frac{opp}{hyp} \longrightarrow \sin \hat{F} = \frac{ED}{FD}$$

$$\tan \hat{F} = \frac{opp}{adj} \longrightarrow \tan \hat{F} = \frac{ED}{FE}$$

Comment faire le choix de la bonne formule trigonométrique

Pour tous les futurs exercices que vous allez rencontrer, le futur enjeu est bien là : puisque vous avez trois formules trigonométriques, il faudra choisir la ***bonne formule*** à appliquer par rapport à votre consigne.

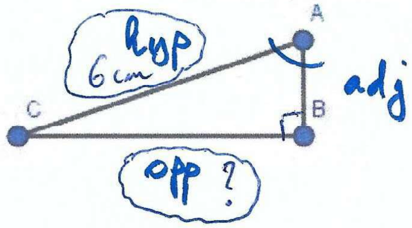
Une méthode pour bien choisir

On va se placer ici avec des consignes nous donnant un des angles aigus du triangle, une longueur d'un des côtés du triangle et qui nous demandera de trouver la longueur d'un autre côté :

- on commence par bien indiquer sur sa figure quel est l'*angle* étudié
- on fait bien le "*tour du triangle*" , en indiquant dans l'ordre "***hyp***", "***opp***" et "***adj***"
- on indique sur la figure la longueur connue et on met un point d'interrogation pour celle cherchée
- et, par exemple, si la longueur connue correspond à "***adj***" et si la longueur cherchée correspond à "***opp***" , alors il faudra automatiquement choisir la formule de la *tangente* avec ***tan*** = $\frac{\text{opp}}{\text{adj}}$

On met en place cette méthode avec des exemples

→ avec un triangle ABC rectangle en B , on donne $\widehat{A}$ = 65° , AC = 6 cm et on cherche la longueur BC.

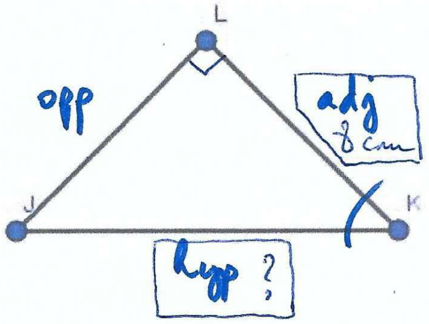


→ on connait $\boxed{\text{hyp}}$ et on cherche $\boxed{\text{opp}}$

→ on utilise donc $\sin = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$

→ on aura $\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC}\begin{array}{l}\leftarrow \text{opp}\\ \leftarrow \text{hyp}\end{array}$

→ avec un triangle JKL rectangle en L , on donne $\widehat{K}$ = 42° , LK = 8 cm et on cherche la longueur JK.

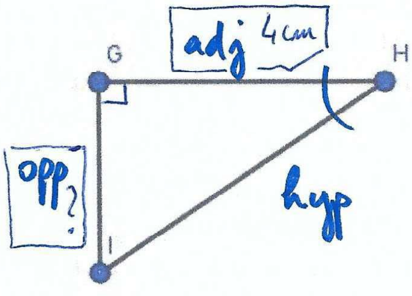


→ on connait $\boxed{\text{adj}}$ et on cherche $\boxed{\text{hyp}}$

→ on utilise donc $\cos = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$

→ on aura $\cos \hat{K} = \frac{KL}{KJ}\begin{array}{l}\leftarrow \text{adj}\\ \leftarrow \text{hyp}\end{array}$

→ avec un triangle IGH rectangle en G , on donne $\widehat{H}$ = 37° , GH = 4 cm et on cherche la longueur GI



→ on connait $\boxed{\text{adj}}$ et on cherche $\boxed{\text{opp}}$

→ on utilise donc $\tan = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$

→ on aura $\tan \hat{H} = \frac{GI}{HG}\begin{array}{l}\leftarrow \text{opp}\\ \leftarrow \text{adj}\end{array}$

Comment calculer une longueur avec la trigonométrie (1)

Jusque là, on pouvait calculer une longueur dans un triangle rectangle *si on connaissait les deux autres longueurs* (avec la propriété de Pythagore). Avec les formules trigonométriques, il suffira de connaitre une seule longueur, mais il faudra quand même connaitre un des angles aigus du triangle rectangle.

Le type d'énoncé à savoir résoudre

On considère un triangle RTM rectangle en T avec : $\hat{R}$ = 29° et RM = 10 cm. Calculer la longueur TM.

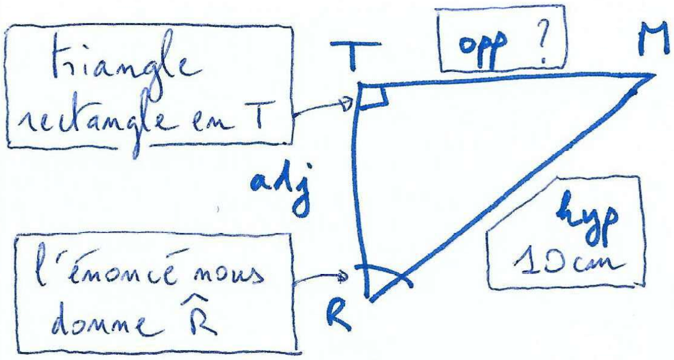
La méthode

Cette méthode reprend, dans l'ordre, tout ce qui a été vu dans les fiches précédentes :

- on commence par indiquer sur un croquis où est l'*angle droit* et quel est l'*angle aigu* étudié.
- on fait bien le "*tour du triangle*" , en indiquant dans l'ordre "***hyp***", "***opp***" et "***adj***".
- on indique sur la figure la *longueur connue* et on met un point d'interrogation pour celle *cherchée*.
- on fait le choix de la *bonne formule trigonométrique* parmi les trois (***apprenez les bien !!***).
- on écrit cette formule en utilisant les lettres du triangle.
- on ***remplace*** les lettres par les valeurs données par l'énoncé.
- on finit à l'aide d'un *produit en croix*.

La solution

On fait un croquis et on fait le choix de la bonne formule



→ on connait hyp et on cherche opp

→ on utilise $\sin = \frac{opp}{hyp}$

On rédige la solution

Dans le triangle RTM rectangle en T,

on utilise la formule $\sin = \frac{opp}{hyp}$

$$\text{On a } \sin \hat{R} = \frac{\overset{opp}{TM}}{\underset{hyp}{RM}} \xrightarrow[\text{remplace}]{\text{on}} \frac{\sin(29°)}{1} = \frac{TM}{10}$$

on rajoute 1 pour le produit en croix

On obtient TM avec un produit en croix.

On a $TM = 10 \times \sin(29) : 1 \approx 4{,}8$ cm

Comment calculer une longueur avec la trigonométrie (2)

Jusque là, on pouvait calculer une longueur dans un triangle rectangle *si on connaissait les deux autres longueurs* (avec la propriété de Pythagore). Avec les formules trigonométriques, il suffira de connaitre une seule longueur, mais il faudra quand même connaitre un des angles aigus du triangle rectangle.

Le type d'énoncé à savoir résoudre

On considère un triangle FGH rectangle en G avec : $\hat{F}$ = 36° et GH = 9 cm. Calculer la longueur FG.

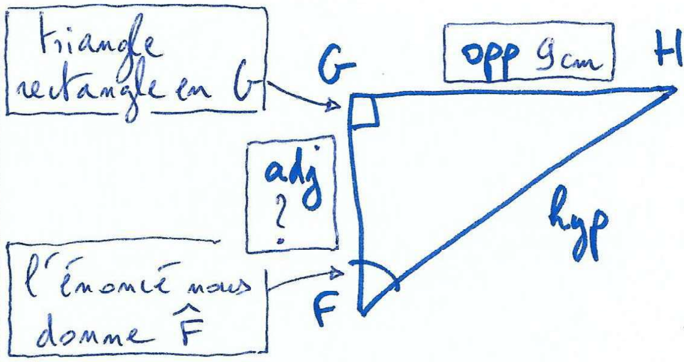
La méthode

Cette méthode reprend, dans l'ordre, tout ce qui a été vu dans les fiches précédentes :

- on commence par indiquer sur un croquis où est l'*angle droit* et quel est l'*angle aigu* étudié.
- on fait bien le "*tour du triangle*" , en indiquant dans l'ordre "***hyp***", "***opp***" et "***adj***".
- on indique sur la figure la *longueur connue* et on met un point d'interrogation pour celle *cherchée*.
- on fait le choix de la *bonne formule trigonométrique* parmi les trois (***apprenez les bien !!***).
- on écrit cette formule en utilisant les lettres du triangle.
- on ***remplace*** les lettres par les valeurs données par l'énoncé.
- on finit à l'aide d'un *produit en croix*.

La solution

On fait un croquis et on fait le choix de la bonne formule



→ on connait opp et on cherche adj

→ on utilise $\tan = \frac{opp}{adj}$

On rédige la solution

Dans le triangle FGH rectangle en G, on utilise la formule $\tan = \frac{opp}{adj}$

$$\text{On a } \tan\hat{F} = \frac{\overset{opp}{GH}}{\underset{adj}{GF}} \xrightarrow[\text{remplace}]{\text{on}} \frac{\tan(36^\circ)}{1} = \frac{9}{GF}$$

on rajoute 1 pour le produit en croix

On obtient GF avec un produit en croix.

On a $GF = 1 \times 9 : \tan(36) \approx 12,4$ cm

Comment calculer un angle avec la trigonométrie

Jusque là, les différentes propriétés vues au collège nous ont servi à calculer des longueurs. Avec les formules trigonométriques, on va être capable de *calculer les deux angles aigus* d'un triangle rectangle. *Retenez tout de suite que le résultat final ne s'obtiendra pas avec un produit en croix comme sur les fiches précédentes (où l'on cherchait des longueurs) !*

Dès que l'on cherche un angle, il faut utiliser, suivant le contexte, des touches de la calculatrice : ***Arccos*** , ***Arcsin*** ou ***Arctan*** (qui s'écrivent aussi $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$ ou $\tan^{-1}$)

Mémorisez tout de suite ces touches et apprenez comment les obtenir avec VOTRE calculatrice.

Le type d'énoncé à savoir résoudre

On considère un triangle ABC rectangle en A avec : AB = 4 et BC = 9 cm. Calculer la valeur de $\widehat{B}$.

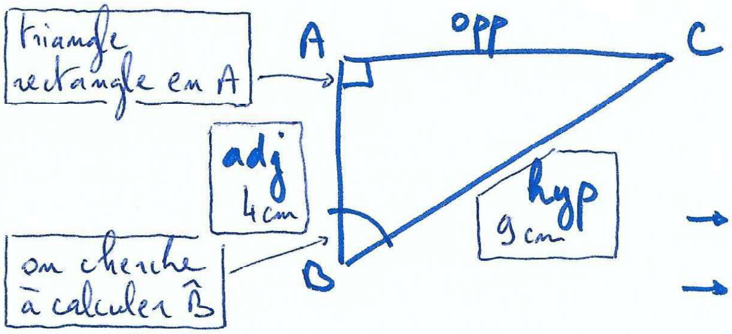
La méthode

Cette méthode reprend, dans l'ordre, tout ce qui a été vu dans les fiches précédentes :

- on commence par indiquer sur un croquis où est l'*angle droit* et quel est l'*angle aigu* cherché.
- on fait bien le "*tour du triangle*" , en indiquant dans l'ordre "***hyp***", "***opp***" et "***adj***".
- on indique sur la figure les *deux longueurs connues.*
- on fait le choix de la *bonne formule trigonométrique* parmi les trois (***apprenez les bien !!***).
- on écrit cette formule en utilisant les lettres du triangle.
- on ***remplace*** les lettres par les valeurs données par l'énoncé.
- on finit à l'aide d'une des touches ***Arccos*** , ***Arcsin*** ou ***Arctan*** (pas de *produit en croix* ici).

La solution

On fait un croquis et on fait le choix de la bonne formule



→ on connait adj et hyp

→ on utilise $\cos = \dfrac{adj}{hyp}$

On rédige la solution

Dans le triangle ABC rectangle en A ,

on utilise la formule $\cos = \dfrac{adj}{hyp}$

On a $\cos\widehat{B} = \dfrac{\overset{adj}{AB}}{\underset{hyp}{BC}} \xrightarrow[\text{remplace}]{\text{on}} \cos\widehat{B} = \dfrac{4}{9}$

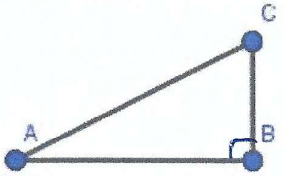
On obtient $\widehat{B}$ avec la touche Arccos.

On a $\widehat{B} = \text{Arccos}\left(\dfrac{4}{9}\right) \simeq 63{,}6°$

Les formules trigonométriques, avec Pythagore et la somme des angles

Maintenant que l'on a les ***formules trigonométriques*** à disposition , et en utilisant aussi la ***propriété de Pythagore*** et la ***somme des angles dans un triangle***, on va être capable de donner , dans un triangle rectangle, l'ensemble des trois longueurs et l'ensemble des trois angles !

La figure de départ

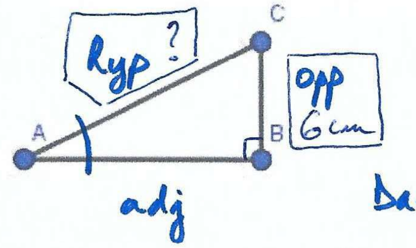


On sait que : ABC rectangle en B

$\hat{A} = 30^\circ$

et BC = 6 cm

Calcul de la longueur AC avec la trigonométrie



→ on connait opp et on cherche hyp.

→ on utilise la formule $\sin = \frac{opp}{hyp}$

Dans le triangle ABC rectangle en B,

on utilise la formule $\sin = \frac{opp}{hyp}$

On a $\sin \hat{A} = \frac{\overset{opp}{BC}}{\underset{hyp}{AC}} \xrightarrow[\text{remplace}]{\text{on}} \frac{\sin(30^\circ)}{1} = \frac{6}{AC}$

On obtient $AC = 1 \times 6 : \sin(30) = 12$ cm.

Calcul de l'angle $\hat{C}$ avec la somme des angles dans un triangle

Dans un triangle, la somme des 3 angles est égale à 180°.

Donc on a $\hat{C} = 180^\circ - (\underset{\hat{B}}{90^\circ} + \underset{\hat{A}}{30^\circ}) = 60^\circ$

Calcul de la longueur AB avec la trigonométrie ou avec la propriété de Pythagore

Avec la propriété de Pythagore (on connait BC et AC) ou avec une formule trigonométrique, on aurait AB ≈ 10,4 cm.

Conclusion : on obtient finalement