Les homothéties : définition , premières propriétés

C'est une transformation que vous découvrez cette année.
Rien de très compliqué pour autant, la définition qui va suivre donne la clé pour toute la suite.

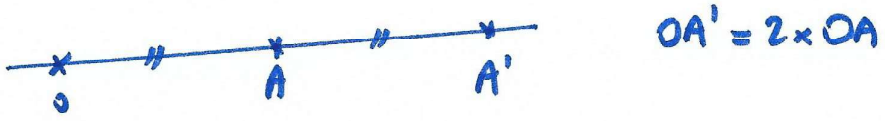
La définition d'une homothétie

Pour définir une *homothétie*, il faut deux éléments essentiels :

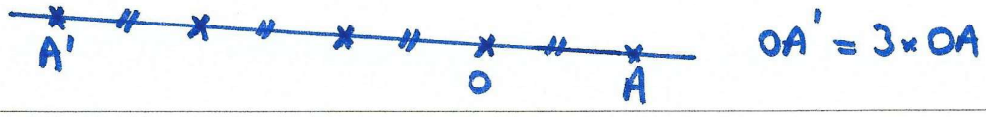
- un ***centre*** de l'homothétic (qui scra un *point*)
- un ***rapport*** de l'homothétie (qui sera un *nombre*, positif ou négatif)

→ on parlera, par exemple, de ***l'homothétie de centre O et de rapport k.***

Pour un ***rapport k positif*** , par exemple $k = 2$,
un point A' est l'image d'un point A par ***l'homothétie de centre O et de rapport k = 2*** si :
- le point A' et le point A sont alignés , en étant *du même côté* par rapport au point O.
- on a $OA' = 2 \times OA$.



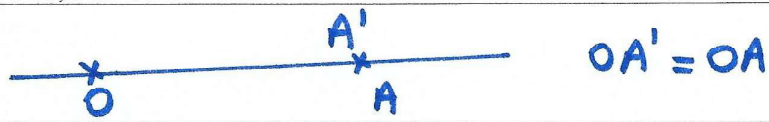
Pour un ***rapport k négatif*** , par exemple $k = -3$,
un point A' est l'image d'un point A par ***l'homothétie de centre O et de rapport k = - 3*** si :
- le point A' et le point A sont alignés , en étant *de part et d'autre* du point O.
- on a $OA' = 3 \times OA$ (*on enlève le "moins" du rapport pour cette égalité entre des longueurs !!*).



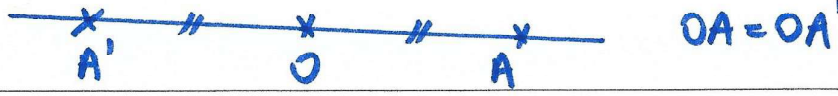
Propriétés

. Un point A , son image A' et le centre noté O de l'homothétie sont forcément ***alignés*** .

.. Avec ***l'homothétie de centre O et de rapport 1***, un point A et son image A' sont au même endroit .
En effet , les points O, A et A' sont alignés, avec A et A' du même côté par rapport à O (*rapport **positif***)
et on doit avoir $OA' = 1 \times OA$, soit $OA' = OA$.



... Avec ***l'homothétie de centre 0 et de rapport - 1*** , un point A et son image A ' sont symétriques.
En effet , les points O, A et A' sont alignés, avec A et A' de part et d'autre du point O (*rapport **négatif***)
et on doit avoir $OA' = 1 \times OA$ soit $OA' = OA$.



.... Les deux cas précédents sont trop particuliers et on doit plutôt retenir les propriétés suivantes :
→ si le rapport est compris entre - 1 et 1 (par exemple -0,9 ou -0,5 ou 0,6 ou 0,8) alors
les distances vont "*diminuer*", et on aura une image qui sera une ***réduction*** de la figure initiale.

→ si le rapport est supérieur à 1 ou inférieur à - 1 (par exemple 1,3 ou 2 ou -1,2 ou -3) alors
les distances vont "*augmenter*" et on aura une image qui sera un ***agrandissement*** de la figure initiale.