Comment calculer un pourcentage (rappel)

Les pourcentages font tellement partie de notre vie courante qu'il faut être parfaitement à l'aise pour les utiliser et les comprendre. Cela doit faire partie d'une forme de "*culture mathématiques*".
Il faudra distinguer deux types de raisonnements :

- comment calculer un pourcentage (on *cherche* le pourcentage)
- comment appliquer un pourcentage à une quantité (on *connait* le pourcentage)

Nous allons voir sur cette fiche le premier type de raisonnement : comment calculer un pourcentage.

Comment calculer un pourcentage

Le plus simple est de revoir ce calcul avec un exemple. La méthode la plus simple, selon moi, consiste à écrire une phrase complète en français, puis à la retranscrire sous la forme d'un calcul.

Dans une classe de 25 élèves, il y a 14 filles. Quel est donc le pourcentage de filles dans cette classe ?

→ il y a $\boxed{14}$ filles $\boxed{\text{sur}}$ un total de $\boxed{25}$ élèves.
On calcule donc $\frac{14}{25} = 14 : 25 = 0,56$
et on multiplie par 100 pour avoir le pourcentage.
On obtient $0,56 \times 100$ soit 56%.

Applications

Un certain menu d'une chaine de fast food correspond à un nombre de calories égal à 1 157 kcal. Sachant que les besoins moyens pour un homme sont de 2500 kcal par jour, quel pourcentage de ces besoins journaliers représente ce menu ? *(pour information : 1 kcal = 1000 calories)*

→ cela représente $\boxed{1157}$ kcal $\boxed{\text{sur}}$ un total de $\boxed{2500}$ kcal.
On calcule donc $\frac{1157}{2500} = 1157 : 2500 = 0,4628$
On obtient $0,4628 \times 100$ soit 46,28%.

Deux collèges comparent les résultats de leurs élèves lors de l'épreuve du brevet des collèges.
Pour le collège A , qui compte 118 élèves de 3e, il y a eu 92 élèves qui ont obtenu leur brevet.
Pour le collège B , qui compte 105 élèves de 3e, il y a eu 85 élèves qui ont obtenu leur brevet.
Quel est le collège qui a le mieux réussi ?
Attention, tout raisonnement comparant directement les nombres entre eux serait ici inadapté.
La seule possibilité est de comparer ce qui est comparable et d'avoir, donc, une même base de calcul : voilà pourquoi on doit ici calculer les pourcentages de réussite pour chacun des collèges !

Pour la classe A,
on calcule $\frac{92}{118} \simeq 0,78$ soit 78%.
Pour la classe B,
on calcule $\frac{85}{105} \simeq 0,81$ soit 81%.
→ la classe B a le mieux réussi (car 81% > 78%).

Comment appliquer un pourcentage à une quantité (rappel)

Les pourcentages font tellement partie de notre vie courante qu'il faut être parfaitement à l'aise pour les utiliser et les comprendre. Cela doit faire partie d'une forme de "*culture mathématiques*".
Il faudra distinguer deux types de raisonnements :

- comment calculer un pourcentage (on *cherche* le pourcentage)
- comment appliquer un pourcentage à une quantité (on *connait* le pourcentage)

Nous allons voir sur cette fiche le deuxième type de raisonnement : comment appliquer un pourcentage.

Comment appliquer un pourcentage à une quantité

Les méthodes de calculs, pour appliquer un pourcentage à une quantité, sont très nombreuses.
Mais elles sont, au final, très similaires les unes avec les autres.
Je fais le choix d'en privilégier une , qu'il faudra appliquer méthodiquement.

Lors d'une élection pour laquelle 271 000 électeurs se sont exprimés, le candidat qui l'a emporté au second tour a obtenu 51,9 % des voix.
Combien d'électeurs ont voté pour ce candidat élu ?

On calcule 51,9% $\boxed{\text{de}}$ 271 000

$$= \frac{51,9}{100} \boxed{\times} 271\,000$$

$$= (51,9 \times 271\,000) : 100 = 140\,649$$

→ 140 649 électeurs ont voté pour le candidat élu.

Le $\boxed{\text{de}}$ devient $\boxed{\times}$

Application

On va appliquer maintenant les pourcentages à des cas où il y a une hausse ou une réduction.
Il faut, dans un premier temps, calculer la valeur qui correspond au pourcentage indiqué. Valeur que l'on ajoute ou que l'on soustrait suivant le cas .

Pour certains travaux énergétiques, le taux de la TVA (Taxe sur la Valeur Ajoutée) est fixé à 5,5%.
Cela signifie que le prix HT (Hors Taxes) va être augmenté d'un montant correspondant à 5,5% du prix.
Un artisan me fait un devis de 460 HT. Quel sera le montant final de la facture, en ajoutant la TVA ?

On calcule 5,5% $\boxed{\text{de}}$ 460

$$= \frac{5,5}{100} \boxed{\times} 460 = (5,5 \times 460) : 100 = 25,3$$

Donc le montant total sera : 460 € + 25,3 € = 485,3 €

Un magasin annonce des soldes de 15 %.
Quel sera le prix, après cette baisse, d'un blouson affiché au départ à 130 euros ?

On calcule 15% $\boxed{\text{de}}$ 130

$$= \frac{15}{100} \boxed{\times} 130 = (15 \times 130) : 100 = 19,5$$

Donc le nouveau prix sera : 130 € − 19,5 € = 110,5 €

Comment reconnaitre une situation de proportionnalité

C'est aussi l'occasion de revoir sur cette fiche le lien existant entre un tableau de valeurs et un graphique.

On part d'un tableau de proportionnalité

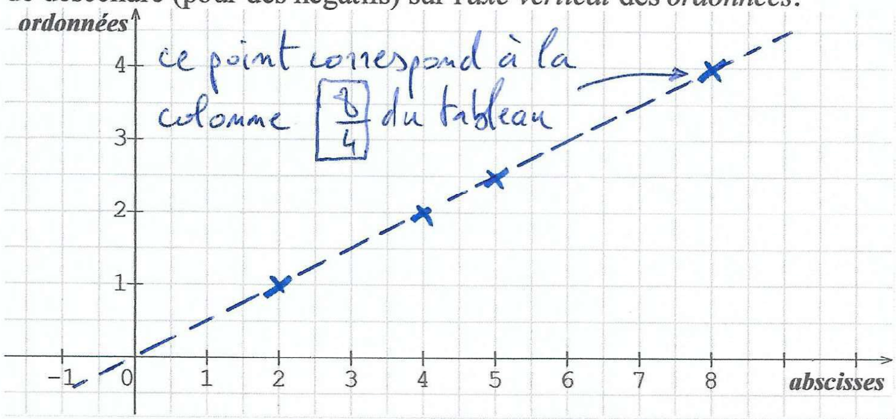
Ligne 1	2	4	5	8
Ligne 2	1	2	2,5	4

1 : 2 = 0,5 2 : 4 = 0,5 2,5 : 5 = 0,5 4 : 8 = 0,5

→ *les quatre quotients sont bien égaux, on a bien un tableau de proportionnalité de coefficient 0,5.*

On réalise le graphique correspondant au tableau

On rappelle ici que l'on place les nombres de la "Ligne 1" sur l'*axe horizontal* des *abscisses* et, pour chacun de ces nombres, le nombre de la "Ligne 2" correspondra au fait de monter (pour des positifs) ou de descendre (pour des négatifs) sur l'*axe vertical* des *ordonnées*.

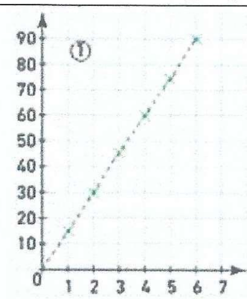


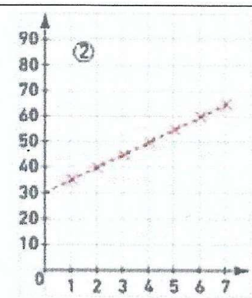
Bilan :
Les quatre points sont bien alignés et la droite qui les relie passe par l'origine.

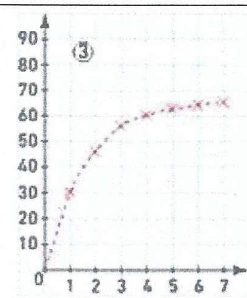
La propiété à retenir

Toute ***situation de proportionnalité*** *se représentera dans un repère par des points qui seront sur la* ***même ligne*** *(la même droite) et qui seront* ***alignés avec l'origine du repère****.*

Réciproquement*, dans un repère, toute* ***droite qui passe par l'origine*** *du repère sera la représentation graphique d'une* ***situation de proportionnalité****.*







Les points sont alignés et la droite passe par l'origine
→ c'est une situation de proportionnalité.

La droite ne passe pas par l'origine
→ ce n'est pas une situation de proportionnalité.

Les points ne sont pas alignés
→ ce n'est pas une situation de proportionnalité.

Comment calculer une quatrième proportionnelle

La *quatrième proportionnelle* est un outil très simple, qui utilise un calcul du type "produit en croix", et qui sera extrêmement utile pour gérer des questions concernant les situations de proportionnalité.

Le calcul d'une quatrième proportionnelle

On considère un tableau (d'une situation de proportionnalité) pour lequel une valeur est inconnue.

4	11
7	?

Pour calculer la valeur manquante :

- on *multiplie* les deux nombres qui *se croisent* dans le tableau (ici, le 7 avec le 11).
- et on *divise* le tout par le dernier nombre, celui qui croise le point d'interrogation (ici, le 4).

On calcule $(7 \times 11) : 4 = 19{,}25$

→ le nombre manquant est égal ici à 19,25.

Des exemples

9	5
?	8

On calcule $(9 \times 8) : 5 = 14{,}4$

→ le nombre manquant est égal ici à 14,4.

13	?
4	3

On calcule $(13 \times 3) : 4 = 9{,}75$

→ le nombre manquant est égal ici à 9,75.

?	8
6	2

On calcule $(6 \times 8) : 2 = 24$

→ le nombre manquant est égal ici à 24.

Utilisation d'une quatrième proportionnelle : des exemples (1)

Toutes les situations proposées doivent vous amener à parfaitement lire les énoncés et à réaliser un tableau de valeurs vous permettant de calculer une *quatrième proportionnelle*.
Vous devez tout de suite comprendre que, dans votre "*petit tableau à 4 cases*", la valeur que vous placez en premier n'a pas vraiment d'importance.
PAR CONTRE, une fois cette première valeur placée, ce sont les autres qui doivent être placées avec soin. Les valeurs qui se correspondent (*même unité* .....) doivent être placées sur une même colonne ou sur une même ligne.

Un premier exemple

Une publicité annonce pour une voiture une consommation égale à 4,8 litres (d'essence) pour 100 km parcourus. Je fais un plein, qui correspond à 39 litres. Combien de km puis-je parcourir avec ce plein ?

→ *on fait le tableau suivant*

Essence (en litres)	4,8 l	39 l
Nombre de km	100 km	? km

On calcule $(100 \times 39) : 4,8 = 812,5$

Donc, avec un plein, on pourra parcourir 812,5 km.

Un autre exemple

Sur une carte routière de la Provence, on nous donne l'échelle suivante :
5 cm sur le plan représente une distance réelle de 80 km.
Quelle est la distance réelle entre Aix en Provence et Sisteron , villes séparées sur cette carte de 6,7 cm ?

→ *on fait le tableau suivant*

Sur la carte (en cm)	5 cm	6,7 cm
Distance réelle (en km)	80 km	? km

On calcule $(80 \times 6,7) : 5 = 107,2$

Donc, la distance réelle entre Aix et Sisteron est égale à 107,2 km.

Utilisation d'une quatrième proportionnelle : des exemples (2)

Cette deuxième fiche sur l'utilisation d'une *quatrième proportionnelle* va vous amener à effectuer des conversions dans les tableaux de valeurs.
Je pense que le mieux consiste, effectivement, à faire votre "*petit tableau à 4 cases*" avec les données et les unités de la consigne. Et, ensuite, en fonction du besoin, il faudra faire des conversions, en cherchant la facilité (tout le monde sait dire que 1h12min = 72 min, mais qui sait que 141 min = 2,35 h ?).

Un premier exemple

Après une inondation, on peut avoir besoin de vider des bassins qui débordent.
En utilisant une pompe qui permet de vider 75 litres d'eau toutes les 8 minutes, combien de temps nous faudra t'il pour vider un bassin de 6 m^3 ?   (on rappelle que : 1 m^3 = 1 000 litres)

→ *on fait le tableau suivant*

Quantité d'eau	75 l	~~6 m^3~~ 6000 l
Durée	8 min	?

on barre 6 m^3 et on écrit 6 000 l

le résultat sera "en min".

On calcule (8 × 6000) : 75 = 640

Donc, le bassin sera vidé en 640 minutes c'est à dire en 10 heures et 40 minutes.

Un autre exemple

On considère une voiture qui a mis 1h10min pour parcourir 125 km.
Sachant qu'il reste encore 480 km à effectuer, combien de temps reste t'il avant d'arriver à destination ?

→ *on fait le tableau suivant*

Distance	125 km	480 km
Durée	~~1h 10min~~ 70min	?

le résultat sera donc "en min".

on barre 1h 10min et on écrit 70min

On calcule (70 × 480) : 125 = 268,8

Donc, il faudra 268,8 minutes, soit 4h 28,8 min, que l'on peut arrondir à 4h 29 min !

Comment bien calculer avec les vitesses

Tout d'abord, on va régler un souci sur l'écriture des unités. Vous allez croiser deux types de notation : **km/h ou km.h^{-1}** , et toutes les deux signifient "***kilomètre par heure***". De même, avec **m/s et m.s^{-1}** , qui signifient "***mètre par seconde***".
Ensuite, avec un énoncé du type "*Une voiture roule à une vitesse moyenne de 75 km/h. Combien de temps faudra t'il pour parcourir 360 km ?*" , on peut penser trop rapidement que l'on a que deux valeurs à disposition. C'est une erreur, on a bien trois valeurs et on peut utiliser le calcul d'une quatrième proportionnelle car 75 km/h signifie "***une distance de 75 km parcourue en 1 heure***".
Et, enfin, on n'oubliera pas d'adapter les unités dans le tableau pour qu'elles soient cohérentes entre elles.

Un exemple pour calculer un temps, une durée

Sur la fameuse route "Nationale 7", je constate que ma vitesse moyenne en voiture est de 75 km/h. Combien de temps me faudra t'il pour parcourir 360 km ?

→ *on fait le tableau suivant*

Temps	1 h	?
Distance	75 km	360 km

le résultat sera "en h".

on calcule $(1 \times 360) : 75 = 4{,}8$

or $1\,h = 60\,min$

Donc $4{,}8\,h = 4{,}8 \times 60\,min = 288\,min$

soit 4 h 48 min.

$\boxed{\text{car } 4\,h = 240\,min}$

Un exemple pour calculer une distance

On considère une voiture qui, sur l'autoroute, a une vitesse moyenne de 115 km/h. Quelle distance va t'elle parcourir en 2h20min ?

→ *on fait le tableau suivant*

Temps	~~1h~~ 60 min	~~2h20min~~ 140 min
Distance	115 km	?

on convertit ces deux durées "en min"

le résultat sera "en km"

On calcule $(115 \times 140) : 60 \approx 268{,}3$

Donc, il sera possible de parcourir environ 268 km.

Comment calculer une vitesse moyenne ou convertir une vitesse

Le principe à appliquer sur cette fiche est finalement extrêmement simple.
Si on ***cherche une vitesse en km/h***, cela signifie que l'on ***cherche une distance*** (cela sera le point d'interrogation du tableau de quatrième proportionnelle) qui ***correspond à un temps égal à 1 heure***.
Et on n'oubliera pas d'adapter les unités dans le tableau pour qu'elles soient cohérentes entre elles.

Un exemple de recherche d'une vitesse moyenne

Quelle est a été ma vitesse moyenne en voiture sachant que j'ai parcouru 625 km en 4h35min ?

On doit voir ici que l'utilisation de la formule $v = \frac{d}{t}$ *a ses limtes.*

Comment diviser ici par 4h35min (sachant que 4h35min n'est pas égal à 4,35h !!).

→ *on fait le tableau suivant*

Temps	~~1h~~ 60 min	~~4h35min~~ 275 min
Distance	?	625 km

on convertit les durées "en min"

le résultat "en km"

On calcule $(60 \times 625) : 275 \approx 136$

Donc, la distance qui correspond à 1 heure est égale à 136 km, soit une vitesse de 136 km/h.

Un exemple de conversion

On sait que la vitesse du son est d'environ 1235 km/h et on veut la convertir en m/s.

On cherche donc à trouver le nombre de mètres parcourus en 1 seconde.

→ *on fait le tableau suivant*

Temps	1 s	~~1h~~ 3600 s
Distance	?	~~1235 km~~ 1235 000 m

on convertit "en s"

on convertit "en m"

on veut un résultat "en m"

On calcule $(1 \times 1235000) : 3600 \approx 343$

Donc, la distance qui correspond à 1 seconde est égale à 343 m, soit une vitesse de 343 m/s.