

Un problème de référence utilisant le PGCD

Les problèmes mettant en jeu le calcul du PGCD ont des énoncés qui se ressemblent et que vous devez savoir reconnaître :

- ces problèmes utilisent forcément *deux nombres entiers*
- il y a toujours la notion de "*plus grand nombre de ...*", de "*nombre maximum de ...*" ou de "*nombre maximal de ...*"
- il y a aussi toujours un mot du type "*même*" ou "*égal*" ou

Une fois ce type d'énoncé reconnu, vous devez calculer le PGCD des deux nombres et vous devez ensuite l'utiliser pour bien répondre aux questions posées.

Exemple (d'après Brevet)

Guillaume veut répartir la totalité de 760 dragées au chocolat et 1045 dragées aux amandes dans des sachets ayant la *même répartition* de dragées au chocolat et aux amandes.

On cherche à savoir quel est le *nombre maximal* de sachets que Guillaume peut réaliser, et quelle sera alors la composition de chaque sachet (c'est à dire combien y aura t'il de dragées au chocolat et de dragées aux amandes dans chaque sachet).

Les mots en gras et en italique nous permettent de reconnaître un énoncé qui amène à utiliser le PGCD.

On cherche donc à calculer PGCD (760 ; 1045)

→ on décompose 760 et 1045 à l'aide des nombres premiers, et on va entourer les diviseurs qui se retrouvent dans les deux listes.

$$\begin{array}{l} \text{On obtient :} \\ 760 \quad | \quad 2 \\ 380 \quad | \quad 2 \\ 190 \quad | \quad 2 \\ 95 \quad | \quad \textcircled{5} \\ 19 \quad | \quad \textcircled{19} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1045 \quad | \quad \textcircled{5} \\ 209 \quad | \quad 11 \\ 19 \quad | \quad \textcircled{19} \\ 1 \end{array}$$

→ on obtient alors le PGCD (760 ; 1045).

$$\text{On a } \text{PGCD}(760; 1045) = 5 \times 19 = 95$$

→ conclusions

On peut donc faire au maximum 95 sachets .

$$\text{On calcule alors } 760 : 95 = 8$$

$$1045 : 95 = 11$$

→ chaque sachet sera composé de 8 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes .