# Un rappel sur les additions et soustractions de nombres relatifs

Avant d'aborder la *multiplication* (puis la *division*), il est toujours utile de faire un point sur les connaissances concernant les premières opérations apprises au collège.
C'est nécesssaire pour, déjà, se rappeler ces règles de calculs et, ensuite, cela permettra (je l'espère) de ne pas confondre et mélanger les régles *d'addition* et de *mutiplication.*

## L'addition de deux nombres relatifs

**Règles**
Si les deux nombres ont le ***même signe*** alors le résultat ***garde ce signe*** et les valeurs s'***ajoutent*** entre elles.

$(+2)+(+6)=+8=8$ $\quad$ $(-2)+(-6)=-8$

Si les deux nombres ont des ***signes différents***, il faut regarder le nombre qui "*l'emporte*". C'est celui qui ***donnera le signe*** du résultat , qui sera obtenu en faisant une ***soustraction des valeurs*** entre elles.

$(-2)+(+6)=+4$ $\quad$ $(+2)+(-6)=-4$

## La soustraction et les écritures simplifiées

La règle la plus classique est de *transformer* la soustraction pour obtenir soit une addition, soit une écriture simplifiée . Cette dernière écriture a plus "d'avenir" pour votre suite au collège: c'est donc celle que l'on va privilégier sur cette fiche.

**Règles de calculs avec les écritures simplifiées**
- 3 – 7 revient à dire que l'on *additionne* ( - 3 ) et ( - 7 ). Le résultat est donc égal à ( - 10 ).
- 8 - 5 revient à dire que l'on *additionne* ( - 8 ) et ( - 5 ). Le résultat est donc égal à ( - 13 ).
6 - 9 revient à dire que l'on *additionne* ( + 6 ) et ( - 9 ). Le résultat est donc égal à ( - 3 ).
- 4 + 6 revient à dire que l'on *additionne* ( - 4 ) et ( + 6 ). Le résultat est donc égal à ( + 2 ) ou 2.

## Des exemples

N'oubliez pas que les mathématiques, cela s'apprend aussi . Et, vous devez parfaitement maitriser les exemples suivants en les faisant , en les (re)faisant ...

***Quelques exemples d'additions***

| | | |
|---|---|---|
| ( - 2 ) + ( - 5 ) = −7 | ( - 8 ) + ( - 2 ) = −10 | ( - 3 ) + ( + 1 ) = −2 |
| ( + 6 ) + ( - 8 ) = −2 | ( - 2 ) + ( - 3 ) = −5 | ( - 5 ) + ( + 2 ) = −3 |
| ( - 1 ) + ( - 9 ) = −10 | ( + 1 ) + ( - 6 ) = −5 | ( - 6 ) + ( + 6 ) = 0 |

***Quelques exemples d'écritures simplifiées***

| | | |
|---|---|---|
| - 2 – 3 = −5 | - 8 + 2 = −6 | - 6 + 10 = 4 |
| - 6 – 4 = −10 | 12 – 15 = −3 | 20 – 30 = −10 |
| - 8 + 3 = −5 | - 10 + 10 = 0 | - 6 – 2 = −8 |
| - 5 – 5 = −10 | - 20 + 30 = 10 | - 50 + 10 = −40 |
| - 60 - 10 = −70 | - 30 – 30 = −60 | - 20 + 20 = 0 |

## Comment multiplier deux nombres relatifs : la règle

L'approche classique consiste à observer la règle de calcul à l'aide d'une calculatrice.
La règle de la *multiplication* est très simple en elle-même MAIS la difficulté, en classe de quatrième, est de ne pas confondre et mélanger les règles de l'addition et de la multiplication.

### Les premiers résultats à la calculatrice

$(-3)\times(-5) = 15$ $\quad$ $(-3)\times 5 = -15$

$3 \times 5 = 15$ $\quad$ $3\times(-5) = -15$

On observe que la valeur numérique est toujours la même ; c'est le signe du résultat qui change en fonction du fait d'avoir deux nombres de même signe ou deux nombres de signes différents.

### La règle de la multiplication de deux nombres relatifs

*Tout d'abord* , la valeur numérique s'obtient quel que soit le cas en faisant la multiplication des nombres (sans les signes) entre eux.
*Ensuite*, le signe du résultat final dépend des signes des nombres que l'on multiplie :
- si les deux nombres multipliés ont le ***même signe***, alors le résultat est forcément ***POSITIF***.
- si les deux nombres multipliés ont un ***signe différent***, alors le résultat est forcément ***NEGATIF***.

***Petit résumé ( aide mémoire visuel)***

$(+)\times(+)\rightarrow(+)$ $\quad$ $(+)\times(-)\rightarrow(-)$

$(-)\times(-)\rightarrow(+)$ $\quad$ $(-)\times(+)\rightarrow(-)$

*Par contre, NE PRENEZ PAS L'HABITUDE DE DIRE : "moins ET moins , ça fait plus".*
Cela ne veut rien dire !! Le mot "ET" n'est pas une opération et avec ce genre de phrase, on se retrouve vite à lire des résultats du type $-5-3=+8$ . C'est bien sûr faux car on applique un résultat de la règle de multiplication sur une opération qui n'est pas une multiplication !!

### Des exemples

N'oubliez pas que les mathématiques, cela s'apprend aussi . Et, vous devez parfaitement maitriser les exemples suivants en les faisant , en les (re)faisant ...

$(-3)\times(-4) = 12$ $\quad$ $3\times(-4) = -12$

$(-6)\times(-2) = 12$ $\quad$ $-6\times 2 = -12$

$(-8)\times(+2) = -16$ $\quad$ $(-8)\times(-2) = 16$

$(-3)\times 5 = -15$ $\quad$ $(-3)\times(-5) = 15$

$-4\times(-5) = 20$ $\quad$ $4\times(-5) = -20$

$-5\times 10 = -50$ $\quad$ $(-5)\times(-10) = 50$

$-10\times(-3) = 30$ $\quad$ $-10\times 3 = -30$

# Ne pas confondre la règle de la multiplication et la règle de l'addition

L'enjeu de cette année est bien là : ne pas confondre ces deux règles.

Quand on travaille séparément ces deux règles, on a des résultats de réussites très élevés dans les classes. MAIS, dès que ces règles sont croisées en cours d'année, avec des calculs qui utilisent parfois l'une parfois l'autre, le pourcentage de réussite baisse malheureusement énormément !
Car ces règles de calculs sont alors mélangées , on applique l'une à la place de l'autre ....

Du coup, pour bien réussir, il faut déjà bien apprendre par coeur chacune des règles , en étant parfaitement à l'aise et en donnant des résultats ***toujours*** justes.
Ensuite, devant un calcul, il faut faire un effort à ne pas donner un résultat trop rapidement. Vous devez vous poser la question de l'opération que vous avez sous les yeux :

***est ce une addition*** ? ***est ce une multiplication*** ?

Ce petit temps d'identification est fondamental : il permet de ne pas voir juste que des nombres (et de donner un résultat trop aléatoire) , il permet de réfléchir à l'opération proposée et donc de bien répondre.

### On a les mêmes nombres MAIS ce ne sont pas les mêmes opérations

| | |
|---|---|
| $-3-4=-7$ | et $(-3)\times(-4)=12$ |
| $-6-2=-8$ | et $(-6)\times(-2)=12$ |
| $-8+2=-6$ | et $(-8)\times(+2)=-16$ |
| $-3+4=+1=1$ | et $(-3)\times(+4)=-12$ |
| $3-5=-2$ | et $3\times(-5)=-15$ |

### Entrainez vous avec ces autres exemples

| | |
|---|---|
| $-3-6=-9$ | et $(-3)\times(-6)=18$ |
| $-5-2=-7$ | et $(-5)\times(-2)=10$ |
| $-10+2=-8$ | et $(-10)\times(+2)=-20$ |
| $-3+10=+7=7$ | et $(-3)\times(+10)=-30$ |
| $4-5=-1$ | et $4\times(-5)=-20$ |
| $-8+10=+2=2$ | et $(-8)\times(+10)=-80$ |
| $-8+6=-2$ | et $(-8)\times(+6)=-48$ |
| $-3-3=-6$ | et $-3\times(-3)=9$ |
| $-3+3=0$ | et $-3\times3=-9$ |

## Comment multiplier plusieurs nombres relatifs

Le but va être ici de donner très facilement le résultat d'un calculs tel que :

$$(-5) \times (-2) \times (-5) \times 2 \times 5 \times (-2)$$

### La méthode générale

Il faut comprendre que seuls les nombres négatifs ont une influence sur le signe d'une multiplication.
Au début, il suffit donc de calculer, ***sans s'occuper des signes***, le résultat de $5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2$ ( qui est égal à $10 \times 10 \times 10 = 1000$ ).
Puis, on compte "***combien il y a de nombres négatifs***" dans le calcul : ici , il y en quatre.
C'est un nombre ***pair***, les nombres négatifs vont pouvoir être tous assemblés ensemble pour donner des nombres positifs SANS qu'il n'y en ait un qui reste tout seul. Le résultat sera donc au final POSITIF.
On a donc : $(-5) \times (-2) \times (-5) \times 2 \times 5 \times (-2) = +1\,000 = 1\,000$

### La règle

Dans un calcul avec plusieurs nombres relatifs multipliés entre eux :
- si il y a un nombre PAIR ( 0 ; 2 ; 4 ; 6 ....) de nombres NEGATIFS alors le résultat final est POSITIF
- si il y a un nombre IMPAIR ( 1 ; 3 ; 5 ...) de nombres NEGATIFS alors le résultat final est NEGATIF.

***Exemples***

a) On a $2 \times (-3) \times (-4) \times (-5) = -120$
car on a $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$
et on a ici trois nombres négatifs → IMPAIR

b) On a $(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) = 120$
car on a $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$
et on a ici quatre nombres négatifs → PAIR

### Une application

On donne le résultat du calcul $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 5\,040$
On va donc en déduire tous les résultats suivants ( pour lesquels les valeurs numériques seront inchangées , mais pour lesquels il faudra juste être attentif aux signes).

$(-2) \times 3 \times (-4) \times 5 \times 6 \times 7 = 5\,040$ (deux négatifs → PAIR)

$2 \times (-3) \times (-4) \times 5 \times (-6) \times 7 = -5\,040$ (trois négatifs → IMPAIR)

$2 \times 3 \times (-4) \times 5 \times 6 \times 7 = -5\,040$ (un négatif → IMPAIR)

$(-2) \times (-3) \times 4 \times (-5) \times 6 \times (-7) = 5\,040$ (quatre négatifs → PAIR)

$(-2) \times (-3) \times (-4) \times 5 \times (-6) \times (-7) = 5\,040$ (cinq négatifs → IMPAIR)

# Enchainement d'opérations avec des multiplications

Il faut ici se souvenir des règles de *priorités opératoires*, qui s'appliquent quand on a un calcul avec plusieurs opérations, car il faut bien savoir par laquelle commencer puis dans quel ordre les faire !!

On rappelle les règles à suivre

- s'il y a des calculs ***entre parenthèses*** , il faut toujours les faire en premier, en priorité
- ensuite, on peut effectuer les ***multiplications*** et les ***divisions***
- enfin, on pourra faire les ***additions*** et les ***soustractions***

*Dans les calculs de cette fiche, vous verrez toujours entourée l'opération par laquelle il faut commencer.*

Avec les règles sur la multiplication et la division, la particularité cette année va être d'accepter dans les calculs d'assimiler les signes "*moins*"de *soustraction* à des signes "*moins*" de négatifs , et vice versa. Cela permettra d'être tellement efficace.

### Un exemple fondamental

On calcule $8 - 5 \boxed{\times} (-2)$

$= 8 + 10$

car $-5 \times (-2) = +10$

$= 18$

### Quelques exemples à savoir refaire

a) $4 - 6 \boxed{\times} (-2)$

$= 4 + 12$

car $-6 \times (-2) = +12$

$= 16$

b) $3 + 5 \boxed{\times} (-2)$

$= 3 - 10$

car $5 \times (-2) = -10$

$= -7$

c) $-5 \boxed{\times} (-4) + 3 \boxed{\times} (-4)$

$= 20 - 12$

car $3 \times (-4) = -12$

car $-5 \times (-4) = 20$

$= 8$

d) $(4 \boxed{-} 9) \times 2$

$= -5 \times 2$

$= -10$

e) $(-3 \boxed{-} 2) \times (-8 \boxed{+} 3)$

$= -5 \times (-5)$

$= 25$

f) $-3 - 4 \boxed{\times} 5 - 1$

$= -3 - 20 - 1$

car $-4 \times 5 = -20$

$= -24$

## Application avec la distributivité ( comment développer une expression)

En classe de quatrième, il va falloir passer un cap sur le calcul algébrique.
Et pour bien gérer un développement , il est utile de rappeler certains principes :

- pour bien visualiser les calculs à effectuer, on peut s'aider de "*flèches*" qui relient les nombres à multiplier ensemble. On se souviendra "*qu'UNE flèche correspond à UNE multiplication*".
- je vous conseille de marquer le moins possible de calculs sur votre feuille. Essayez d'écrire les résultats directement (en calcul mental ou avec la calculatrice).
  L'expérience montre que, souvent, à trop vouloir écrire tous les calculs, il y a des erreurs et des confusions avec les signes "*moins*" .

### Rappel de la règle générale de développement

pour des nombres k, a et b (positifs ou négatifs),

on aura : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$

### Quelques exemples basiques sans nombre négatif

a) Développer l'expression $3\ (5x + 2) = \underbrace{15x}_{\boxed{3 \times 5x}} + \underbrace{6}_{\boxed{3 \times 2}}$

b) Développer l'expression $4\ (2x + 5) = \underbrace{8x}_{\boxed{4 \times 2x}} + \underbrace{20}_{\boxed{4 \times 5}}$

### Et avec des négatifs

a) Développer l'expression $5\ (4x - 8) = \underbrace{20x}_{\boxed{5 \times 4x}} \underbrace{- 40}_{\boxed{5 \times (-8)}}$

b) Développer l'expression $-6\ (3x - 2) = \underbrace{-18x}_{\boxed{-6 \times 3x}} + \underbrace{12}_{\boxed{-6 \times (-2)}}$

c) Développer l'expression $-7\ (5x - 1) = \underbrace{-35x}_{\boxed{-7 \times 5x}} + \underbrace{7}_{\boxed{-7 \times (-1)}}$

d) Développer l'expression $2\ (3x - 1) - 4(x - 2) = \underbrace{6x}_{\boxed{2 \times 3x}} \underbrace{- 2}_{\boxed{2 \times (-1)}} \underbrace{- 4x}_{\boxed{-4 \times x}} + \underbrace{8}_{\boxed{-4 \times (-2)}}$

$= 2x + 6$

# Comment diviser deux nombres relatifs : la règle

L'approche classique consiste à observer la règle de calcul à l'aide d'une calculatrice.
On va voir que cette règle de la *division* est très simple, car c'est la même que celle de la *multiplication*.

## Les premiers résultats

| | |
|---|---|
| ( - 6 ) : ( - 3 ) = 2 | ( - 6 ) : 3 = - 2 |
| 6 : 3 = 2 | 6 : ( - 3 ) = - 2 |

On observe que la valeur numérique est toujours la même ; c'est le signe du résultat qui change en fonction du fait d'avoir deux nombres de même signe ou deux nombres de signes différents.
On peut surtout constater que :

**la règle des signes pour une division est la même que la règle des signes pour une multiplication.**

## La règle de la division de deux nombres relatifs

*Tout d'abord* , la valeur numérique s'obtient quel que soit le cas en faisant la division des nombres (sans les signes) entre eux (attention aux petites erreurs de calculs avec les divisions !).
*Ensuite*, le signe du résultat final dépend du signe des nombres que l'on divise :
- si les deux nombres divisés ont le ***même signe*** , alors le résultat est forcément ***POSITIF.***
- si les deux nombres divisés ont un ***signe différent*** , alors le résultat est forcément ***NEGATIF.***

***Petit résumé (aide mémoire visuel)***

| | |
|---|---|
| $(+) : (+) \rightarrow (+)$ | $(+) : (-) \rightarrow (-)$ |
| $(-) : (-) \rightarrow (+)$ | $(-) : (+) \rightarrow (-)$ |

## Des exemples

N'oubliez pas que les mathématiques, cela s'apprend aussi . Et, vous devez parfaitement maitriser les exemples suivants en les faisant , en les (re)faisant ....

| | |
|---|---|
| ( - 8 ) : ( - 4 ) = 2 | 8 : ( - 4 ) = - 2 |
| ( - 6 ) : ( - 2 ) = 3 | ( - 6 ) : 2 = - 3 |
| - 8 : ( + 2 ) = - 4 | - 8 : ( - 2 ) = 4 |
| ( - 20 ) : 4 = - 5 | ( - 20 ) : ( - 4 ) = 5 |
| - 10 : ( - 5 ) = 2 | - 10 : 5 = - 2 |
| - 21 : 7 = - 3 | ( - 21 ) : ( - 7 ) = 3 |
| - 15 : ( - 3 ) = 5 | 15 : ( - 3 ) = - 5 |
| ( - 6 ) : ( - 6 ) = 1 | 6 : ( - 6 ) = - 1 |

# Enchainement d'opérations avec des divisions

Il faut ici se souvenir des règles de *priorités opératoires*, qui s'appliquent quand on a un calcul avec plusieurs opérations, car il faut bien savoir par laquelle commencer puis dans quel ordre les faire !!

On rappelle les règles à suivre

- s'il y a des calculs ***entre parenthèses*** , il faut toujours les faire en premier, en priorité
- ensuite, on peut effectuer les ***multiplications*** et les ***divisions***
- enfin, on pourra faire les ***additions*** et les ***soustractions***

*Dans les calculs de cette fiche, vous verrez toujours entourée l'opération par laquelle il faut commencer.*

Avec les règles sur la multiplication et la division, la particularité cette année va être d'accepter dans les calculs d'assimiler les signes "*moins*"de *soustraction* à des signes "*moins*" de négatifs , et vice versa.
Cela permettra d'être tellement efficace.

## Un exemple fondamental

On calcule $8 - 6 \boxed{:} (-2)$

$= 8 + 3$

car $-6 : (-2) = +3$

$= 11$

## Quelques exemples à savoir refaire

a) $4 - 10 \boxed{:} (-2)$

$= 4 + 5$

car $-10 : (-2) = +5$

$= 9$

b) $9 + 8 \boxed{:} (-2)$

$= 9 - 4$

car $8 : (-2) = -4$

$= 5$

c) $-12 \boxed{:} (-4) + 21 \boxed{:} (-3)$

$= 3 - 7$

car $21 : (-3) = -7$

car $-12 : (-4) = +3$

$= -4$

d) $(4 \boxed{-} 10) : 2$

$= -6 : 2$

$= -3$

e) $(-3 \boxed{-} 9) : (-8 \boxed{+} 5)$

$= -12 : (-3)$

$= 4$

f) $4 - 20 \boxed{:} (-2) + 1$

$= 4 + 10 + 1$

car $-20 : (-2) = +10$

$= 15$

# Inverse et opposé d'un nombre relatif

Le plus important ici va être de ne pas confondre ses deux termes, *inverse* et *opposé*. C'est malheureusement trop souvent le cas et cela amène des erreurs évitables.

## L'opposé d'un nombre

Prendre l'opposé d'un nombre, c'est tout simplement changer son signe.

***Exemples***

L'opposé du nombre 8 est $-8$

L'opposé du nombre $-9$ est $+9$ (ou 9)

## L'inverse d'un nombre

Prendre l'inverse d'un nombre , c'est tout simplement diviser 1 par ce nombre, c'est à dire que l'on obtient une fraction avec 1 au numérateur et le nombre dont on prend l'inverse au dénominateur.
Cet inverse peut alors parfois s'écrire avec une écriture décimale.

***Exemples***

L'inverse du nombre 3 est $\frac{1}{3}$

L'inverse du nombre 15 est $\frac{1}{15}$

L'inverse du nombre $-6$ est $\frac{1}{-6}$ $\left(= -\frac{1}{6}\right)$

## Applications

On complète le tableau suivant

| | 4 | 2 | -0,5 | -10 |
|---|---|---|---|---|
| On écrit l'opposé de .... | $-4$ | $-2$ | $0,5$ | $10$ |
| On écrit l'inverse de ..... | $\frac{1}{4}$ $(= 0,25)$ | $\frac{1}{2}$ $(= 0,5)$ | $\frac{1}{-0,5}$ $(= -2)$ | $\frac{1}{-10}$ $(= -0,1)$ |