Comment reconnaitre l'hypoténuse dans un triangle rectangle

La ***propriété de Pythagore*** est une propriété très emblématique de la classe de quatrième et du collège.
Vous ferez attention au fait qu'elle ne peut s'appliquer que ***dans un triangle rectangle***.
Il faudra, en premier lieu, bien identifier l'***hypoténuse*** dans ces triangles rectangles.

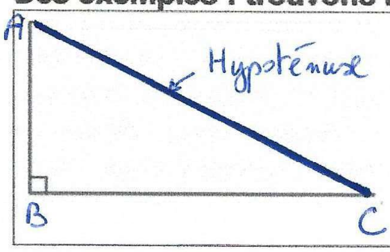
Définition de l'hypoténuse

Dans un triangle rectangle , l'hypoténuse peut se reconnaitre de plusieurs façons différentes :

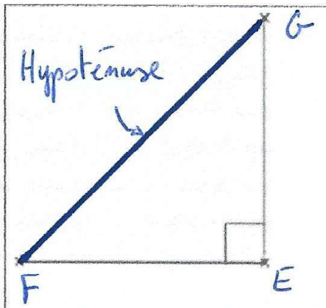
- l'hypoténuse est le ***plus grand côté*** parmi les trois côtés du triangle.
- l'hypoténuse est le seul côté du triangle qui ne "touche" pas l'angle droit.
- l'hypoténuse est le côté qui se trouve "en face" de l'angle droit.

Quelle que soit la méthode, vous devez, sans erreur, savoir trouver l'hypoténuse d'un triangle rectangle.

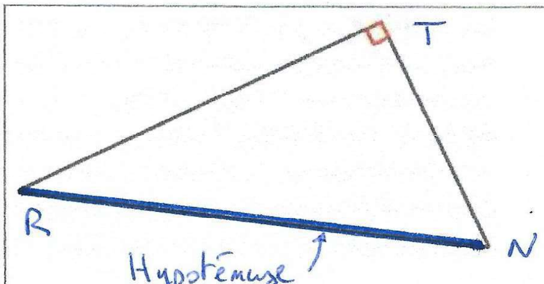
Des exemples : trouvons l'hypoténuse dans les triangles rectangles suivants



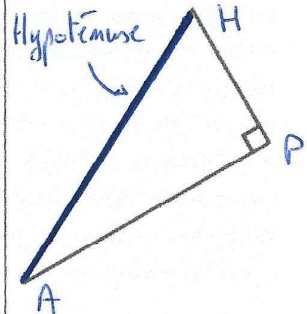
Le triangle ABC est rectangle en B.
[AC] est l'hypoténuse.



Le triangle FEG est rectangle en E.
[FG] est l'hypoténuse.



Le triangle RTN est rectangle en T.
[RN] est l'hypoténuse.



Le triangle APH est rectangle en P.
[AH] est l'hypoténuse.

Fiche (PythQuat1) © Bruno Swiners www.coursmathsaix.fr

Quelques notions sur le carré d'un nombre et la racine carrée

La ***propriété de Pythagore*** est une propriété très emblématique de la classe de quatrième et du collège. Vous ferez attention au fait qu'elle ne peut s'appliquer que ***dans un triangle rectangle***.
Pour appliquer cette propriété de Pythagore dans les calculs, vous aurez besoin de maitriser deux notions très importantes : savoir calculer le ***carré*** et la ***racine carrée*** d'un nombre.

Le carré d'un nombre

Mettre un ***nombre au carré*** ou prendre ***le carré d'un nombre***, cela signifie qu'il faut multiplier le nombre par lui même.
Attention de bien respecter la notation , avec le "petit" 2 en haut à droite (le 2 se trouve "en exposant").

On le note : 4^2 qui se lit "4 au carré"

Des exemples de nombres au carré

N'hésitez pas à bien vérifier ces résultats, et surtout à bien repérer la ***touche*** "***carré***" de votre calculatrice.

On a : $3^2 = 9$ (3×3)
$6^2 = 36$ (6×6)
et si $AB = 4$ alors $AB^2 = 4^2 = 16$ (4×4)

Attention à l'erreur classique qui consisterait à écrire $3^2 = 6$ (car vous aurez fait 3×2 et non pas 3×3).

La racine carrée d'un nombre

Pour appliquer la propriété de Pythagore, vous n'avez pas besoin de comprendre parfaitement ce qu'est une racine carrée. Pour le moment, il suffira de connaitre la notation $\sqrt{...}$ et il faudra bien repérer la ***touche de la calculatrice*** qui vous permettra d'obtenir la réponse finale dans les calculs .

On le note : $\sqrt{9}$ qui se lit "racine carrée de 9"

Des exemples de racine carrée

On a : $\sqrt{9} = 3$
$\sqrt{16} = 4$
$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{625} = 25$
$\sqrt{40} \approx 6,32$

Pour ceux qui veulent aller plus loin, vous remarquerez que les deux notions, *carré et racine carrée* , sont un peu comme " inverse" l'une par rapport à l'autre .

On a $\sqrt{25} = 5$ et on peut constater que $5^2 = 25$.

La *racine carrée* de 25 est égale à 5 et le *carré* de 5 est égal à 25 !!

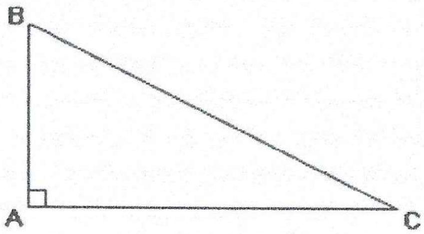
Comment écrire la propriété de pythagore dans un triangle rectangle

La ***propriété de Pythagore*** est une propriété très emblématique de la classe de quatrième et du collège. Vous ferez attention au fait qu'elle ne peut s'appliquer que ***dans un triangle rectangle***.

Enoncé de la propriété de pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres cotés.

Visualisation avec un dessin

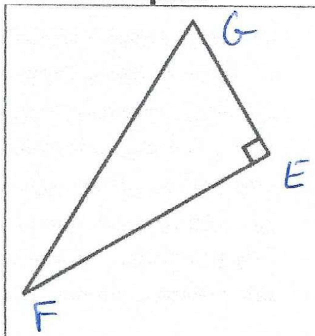


[BC] est l'hypoténuse du triangle ABC rectangle en A.

On a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

hypoténuse

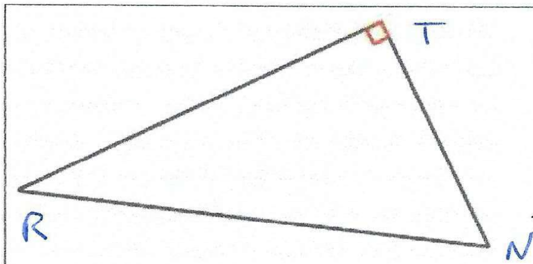
Des exemples



[FG] est l'hypoténuse du triangle EFG rectangle en E.

On a : $FG^2 = EF^2 + EG^2$

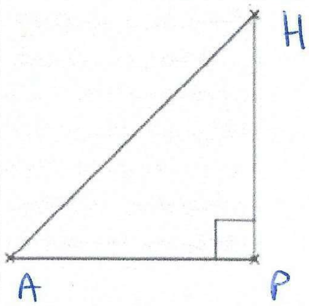
hypoténuse



[RN] est l'hypoténuse du triangle RTN rectangle en T.

On a : $RN^2 = TR^2 + TN^2$

hypoténuse



[AH] est l'hypoténuse du triangle APH rectangle en P.

On a : $AH^2 = PA^2 + PH^2$

hypoténuse

Comment calculer une hypoténuse avec la propriété de pythagore dans un triangle rectangle

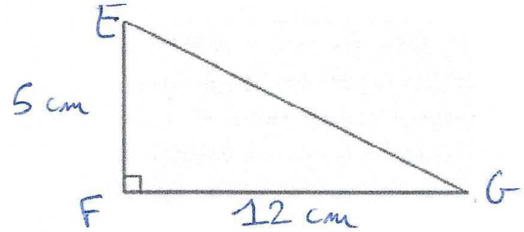
La ***propriété de Pythagore*** est une propriété très emblématique de la classe de quatrième et du collège. Vous ferez attention au fait qu'elle ne peut s'appliquer que ***dans un triangle rectangle***.

Le principe général de cette propriété est le suivant :

si on connait deux longueurs dans un triangle rectangle , alors on peut calculer la troisième longueur de ce triangle !

La propriété de Pythagore va nous permettre, par exemple, de calculer ***l'hypoténuse*** d'un triangle rectangle, si on connait la mesure des deux autres côtés.

La méthode avec un exemple de référence



On sait que le triangle EFG est rectangle en F et on sait que EF = 5 cm et que FG = 12 cm.
On va calculer la longueur EG .

Dans le triangle EFG rectangle en F ,
on applique la propriété de Pythagore.

On écrit la propriété de Pythagore avec les points et les lettres du triangle rectangle.

$$EG^2 = FE^2 + FG^2$$

On remplace les longueurs connues par leur valeur numérique.

$$EG^2 = 5^2 + 12^2$$

On calcule le carré des longueurs connues.

$$EG^2 = 25 + 144$$

*On **additionne** les deux résultats (car on cherche bien l'hypoténuse, soit le plus grand des côtés).*

$$EG^2 = 169$$

On utilise la touche "racine carrée" pour obtenir le résultat final.

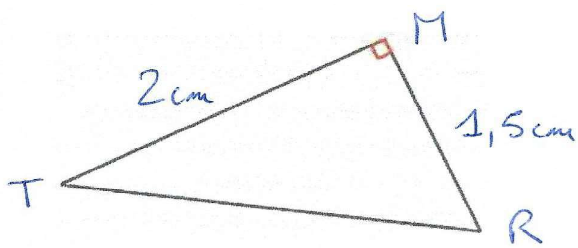
$$EG = \sqrt{169} = 13$$

La longueur EG est égale à 13 cm.

Comment calculer une hypoténuse avec la propriété de pythagore : des exemples

Voici deux exemples où l'on va calculer une hypoténuse avec la ***propriété de Pythagore.***
Le premier utilise des nombres décimaux et le deuxième nous permet de voir que, parfois, le résultat final sera une valeur approchée.

Exemple 1



On sait que le triangle RTM est rectangle en M et on sait que RM = 1,5 cm et que TM = 2 cm.
On va calculer la longueur RT .

Dans le triangle RTM rectangle en M,
on applique la propriété de Pythagore.

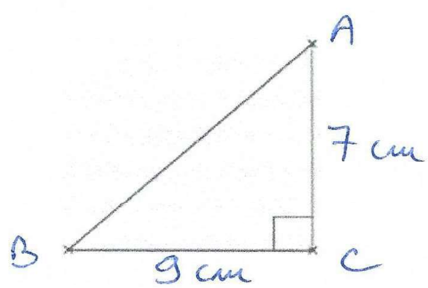
$RT^2 = MT^2 + MR^2$

$RT^2 = 2^2 + 1,5^2$

$RT^2 = 4 + 2,25$

$RT^2 = 6,25 \longrightarrow RT = \sqrt{6,25} = 2,5$ cm

Exemple 2



On sait que le triangle ABC est rectangle en C et on sait que AC = 7 cm et que BC = 9 cm.
On va calculer la longueur AB .

Dans le triangle ABC rectangle en C,
on applique la propriété de Pythagore.

$AB^2 = CA^2 + CB^2$

$AB^2 = 7^2 + 9^2$

$AB^2 = 49 + 81$

$AB^2 = 130 \longrightarrow AB = \sqrt{130} \simeq 11,4$ cm

Comment calculer un côté de l'angle droit
avec la propriété de pythagore

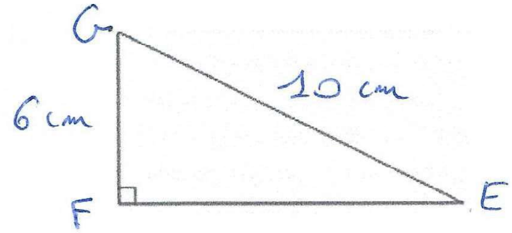
La ***propriété de Pythagore*** est une propriété très emblématique de la classe de quatrième et du collège. Vous ferez attention au fait qu'elle ne peut s'appliquer que ***dans un triangle rectangle***.

Le principe général de cette propriété est le suivant :

si on connait deux longueurs dans un triangle rectangle , alors on peut calculer la troisième longueur de ce triangle !

La propriété de Pythagore va nous permettre, par exemple, de calculer ***un des côtés de l'angle droit*** d'un triangle rectangle, si on connait la mesure de l'hypoténuse et du deuxième côté de l'angle droit.

La méthode avec un exemple de référence



On sait que le triangle EFG est rectangle en F et on sait que EG = 10 cm et que FG = 6 cm.
On va calculer la longueur EF .

Dans le triangle EFG rectangle en F,
on applique la propriété de Pythagore.

On écrit la propriété de Pythagore avec les points et les lettres du triangle rectangle.

$$EG^2 = FE^2 + FG^2$$

On remplace les longueurs connues par leur valeur numérique.

$$10^2 = FE^2 + 6^2$$

On calcule le carré des longueurs connues.

$$100 = FE^2 + 36$$

*On **soustrait** les deux résultats (car on ne cherche pas l'hypoténuse).*

$$FE^2 = 100 - 36 = 64$$

On utilise la touche "racine carrée" pour obtenir le résultat final.

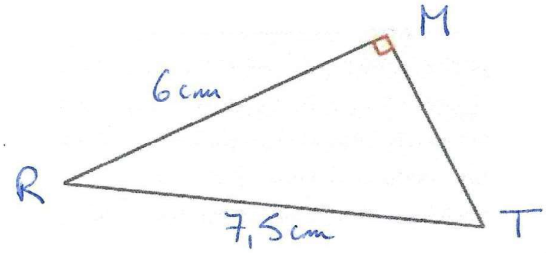
$$FE = \sqrt{64} = 8$$

La longueur FE (ou EF) est égale à 8 cm.

Comment calculer un côté de l'angle droit avec la propriété de pythagore : des exemples

Voici deux exemples où l'on va calculer un côté de l'angle droit avec la ***propriété de Pythagore.***
Le premier utilise des nombres décimaux et le deuxième nous permet de voir que, parfois, le résultat final sera une valeur approchée.

Exemple 1



On sait que le triangle RTM est rectangle en M et on sait que RT = 7,5 cm et que RM = 6 cm.
On va calculer la longueur TM .

Dans le triangle RTM rectangle en M,
on applique la propriété de Pythagore.

$RT^2 = MT^2 + MR^2$

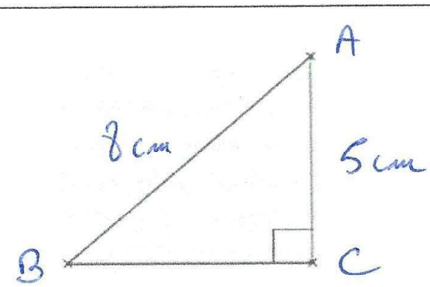
$7{,}5^2 = MT^2 + 6^2$

$56{,}25 = MT^2 + 36$ ⚠

$\rightarrow \quad MT^2 = 56{,}25 \boxed{-} 36$

$MT^2 = 20{,}25 \rightarrow MT = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$ cm

Exemple 2



On sait que le triangle ABC est rectangle en C et on sait que AB = 8 cm et que AC = 5 cm.
On va calculer la longueur BC .

Dans le triangle ABC rectangle en C,
on applique la propriété de Pythagore.

$AB^2 = BC^2 + AC^2$

$8^2 = BC^2 + 5^2$

$64 = BC^2 + 25$ ⚠

$\rightarrow \quad BC^2 = 64 \boxed{-} 25$

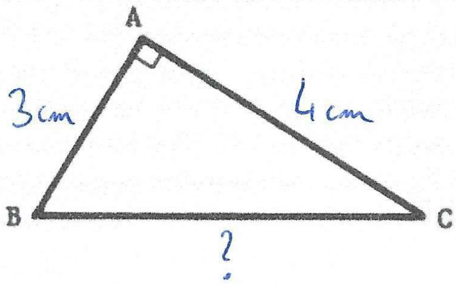
$BC^2 = 39 \quad \rightarrow BC = \sqrt{39} \approx 6{,}2$ cm

Fiche (PythQuat7) © Bruno Swiners www.coursmathsaix.fr

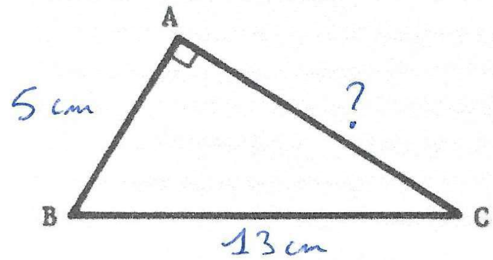
Un résumé avec les deux possibilités de calculs
de la propriété de Pythagore

Un fois qu'on a bien vu et compris ***qu'il n'y avait que deux cas possibles de calculs*** avec cette propriété de Pythagore, on peut donc se dire que le travail de mémorisation sera plutôt facile car, à partir de maintenant , dans toute votre "vie mathématique", il faudra appliquer soit l'un, soit l'autre !!

On va résumer ces deux possibilités de calculs avec des exemples traités "en parallèle".



On veut calculer BC
→ on cherche donc à calculer **l'hypoténuse** !!



On veut calculer AC
→ on cherche donc à calculer **un des côtés de l'angle droit** !!

Dans les deux cas, l'égalité de la propriété de Pythagore s'écrit de la même façon

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

C'est ensuite, en remplaçant par les valeurs, et dans le calcul final (*addition* pour le premier cas , et *soustraction* pour le deuxième cas) qu'il va y avoir une différence entre les deux cas.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 3^2 + 4^2$

$BC^2 = 9 + 16$

$BC^2 = 25$

$\rightarrow BC = \sqrt{25} = 5$

soit $BC = 5$ cm

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$13^2 = 5^2 + AC^2$

$169 = 25 + AC^2$

$\rightarrow AC^2 = 169 \boxed{-} 25$ ⚠

$AC^2 = 144$

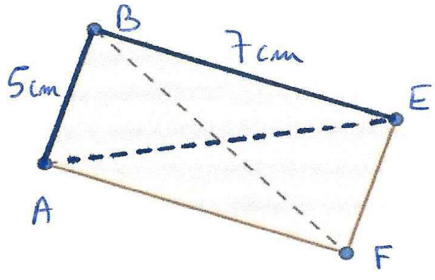
$\rightarrow AC = \sqrt{144} = 12$

soit $AC = 12$ cm

Calcul de la diagonale d'un rectangle et calcul dans un trapèze

Voici deux applications classique pour lesquelles la figure de départ n'est pas un triangle rectangle.
Il faut donc trouver, dans ces figures, un *triangle rectangle* dans lequel on pourra appliquer la *propriété de Pythagore*.

Calcul de la diagonale d'un rectangle



Dans le rectangle ABEF, on va travailler dans le triangle ABE rectangle en B, afin d'appliquer la propriété de Pythagore.

On obtient : $AE^2 = BA^2 + BE^2$

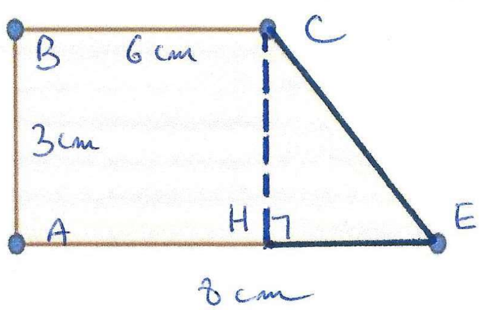
$AE^2 = 5^2 + 7^2$

$AE^2 = 25 + 49$

$\rightarrow AE^2 = 74 \rightarrow AE = \sqrt{74} \approx 8{,}6$

La diagonale du rectangle mesure environ 8,6 cm.

Calcul dans un trapèze



Dans le trapèze ABCE, on va travailler dans le triangle HCE rectangle en H, afin d'appliquer la propriété de Pythagore.

On a : HC = 3cm et HE = 8 − 6 = 2cm

On obtient : $CE^2 = HC^2 + HE^2$

$CE^2 = 3^2 + 2^2$

$CE^2 = 9 + 4$

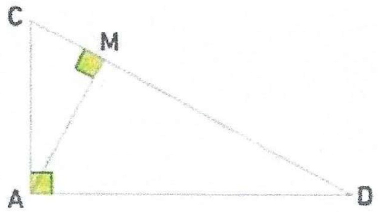
$\rightarrow CE^2 = 13 \rightarrow CE = \sqrt{13} \approx 3{,}6$

La longueur CE mesure environ 3,6 cm.

Des applications avec plusieurs triangles rectangles

Voici deux applications pour lesquelles la figure de départ possède plusieurs *triangles rectangles*.
Il faut bien les repérer, avec leur *hypoténuse* respective, afin de bien écrire la *propriété de Pythagore*.

Une figure avec trois triangles rectangles



* Dans le triangle ACD rectangle en A,

on a : $CD^2 = AC^2 + AD^2$

hypoténuse du triangle ACD

* Dans le triangle AMD rectangle en M,

On a : $AD^2 = MA^2 + MD^2$

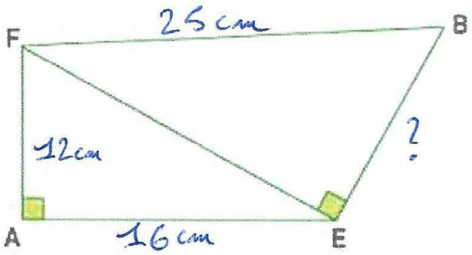
hypoténuse du triangle AMD

* Dans le triangle AMC rectangle en M,

on a : $AC^2 = MA^2 + MC^2$

hypoténuse du triangle AMC

Un calcul dans une figure avec deux triangles rectangles



Pour calculer la longueur FB, il est nécessaire de calculer FE.

* Dans le triangle AFE rectangle en A,

on a : $FE^2 = AF^2 + AE^2$

$FE^2 = 12^2 + 16^2$

$\rightarrow FE^2 = 144 + 256 = 400 \rightarrow FE = \sqrt{400} = 20$

* Dans le triangle FEB rectangle en E,

on a : $FB^2 = EF^2 + EB^2$

$25^2 = 20^2 + EB^2$

$\rightarrow EB^2 = 625 \boxed{-} 400 = 225 \rightarrow EB = \sqrt{225} = 15$

La longueur EB est égale à 15 cm.