

Propriétés de la loi binomiale : espérance , écart type

L'espérance mathématique d'une loi binomiale

Pour une loi binomiale $B(n; p)$, on a :

$$E(x) = n \times p$$

L'écart type d'une loi binomiale

Pour une loi binomiale $B(n; p)$, on a :

$$\sigma(x) = \sqrt{n \times p \times (1 - p)}$$

Un exemple d'énoncé

Un contrôle de qualité a montré qu'un article produit par une entreprise était défectueux avec une probabilité de 0,05 (soit 5%).

Un magasin a commandé 80 articles et on note X la variable aléatoire qui va correspondre au nombre d'articles défectueux (et donc invendables).

Calculs :

On reconnaît une loi binomiale $B(80; 0,05)$
avec $n = 80$ et $p = 0,05$.

On obtient : $E(x) = 80 \times 0,05 = 4$ articles
et $\sigma(x) = \sqrt{80 \times 0,05 \times 0,95} \approx 1,9$ articles.

Interprétation :

Pour une commande de 80 articles ,
le magasin peut "espérer" avoir une moyenne de
4 articles défectueux (et donc 76 articles vendables!).

Application :

Le magasin achète chaque article 6 euros à l'entreprise et elle prévoit une marge de 1,2 euros sur chaque article vendu. Quel bénéfice peut espérer gagner l'entreprise dans cette situation ?

Le magasin achète pour 480 € (80×6 €)
Il peut espérer vendre 76 articles, à un prix de
7,2 € (avec la marge), soit $76 \times 7,2$ € = 547,2 €
Donc le bénéfice espéré est égal à :
 $547,2 - 480 = 67,2$ €