Variance et écart type : applications avec la notion de risque

Un exemple de jeu risqué : l'écart type est grand

On prend une situation avec 10 jetons dans un sac (1 jeton rouge, 2 jetons bleus et 7 jetons verts).

Si on tire un jeton rouge , alors on ***gagne*** 50 euros.	Si on tire un jeton bleu, alors on ***gagne*** 2 euros.	Si on tire un jeton vert, alors on ***perd*** 10 euros.

On note X la variable aléatoire qui nous donne le gain (algébrique) correspondant à la couleur du jeton.

On obtient ici la loi de probabilité suivante :

Variable aléatoire x_i	-10	2	50
Probabilités p_i	$0,7$	$0,2$	$0,1$

On calcule l'espérance mathématique de cette variable aléatoire

$E(x) = -10 \times 0,7 + 2 \times 0,2 + 50 \times 0,1 = -1,6$ euros

On calcule la variance de cette variable aléatoire, avec la première formule de la fiche précédente.

$$V(x) = 0,7 \times (-10-(-1,6))^2 + 0,2 \times (2-(-1,6))^2 + 0,1 \times (50-(-1,6))^2$$
$$= 0,7 \times (-8,4)^2 + 0,2 \times (3,6)^2 + 0,1 \times (51,6)^2$$

On obtient : $V(x) = 318,24$ et $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} \approx 17,84$ euros.

→ l'écart type est plutôt grand, le jeu est plutôt risqué.

Un exemple de jeu peu risqué : l'écart type est petit

On prend une situation avec 10 jetons dans un sac (1 jeton rouge, 2 jetons bleus et 7 jetons verts).

Si on tire un jeton rouge , alors on ***gagne*** 5 euros.	Si on tire un jeton bleu, alors on ***gagne*** 2 euros.	Si on tire un jeton vert, alors on ***perd*** 2 euros.

On note X la variable aléatoire qui nous donne le gain (algébrique) correspondant à la couleur du jeton.

On obtient ici la loi de probabilité suivante :

Variable aléatoire x_i	-2	2	5
Probabilités p_i	$0,7$	$0,2$	$0,1$

On calcule l'espérance mathématique de cette variable aléatoire

$E(x) = -2 \times 0,7 + 2 \times 0,2 + 5 \times 0,1 = -0,5$ euros

On calcule la variance de cette variable aléatoire, avec la première formule de la fiche précédente.

$$V(x) = 0,7 \times (-2-(-0,5))^2 + 0,2 \times (2-(-0,5))^2 + 0,1 \times (5-(-0,5))^2$$
$$= 0,7 \times (-1,5)^2 + 0,2 \times (2,5)^2 + 0,1 \times (5,5)^2$$

On obtient : $V(x) = 5,85$ et $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} \approx 2,42$ euros.

→ l'écart type est assez petit, le jeu est peu risqué.