

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2018

VENDREDI 22 JUIN 2018

MATHÉMATIQUES – Série ES ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures. – COEFFICIENT : 5

MATHÉMATIQUES – Série L ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures. – COEFFICIENT : 4

*Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6,
dont l'annexe page 6 est à rendre avec la copie.*

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche,
même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

*Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et
à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).*

Exercice 1 (5 points)
Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Le temps passé par un client, en minute, dans un supermarché peut être modélisé par une variable aléatoire X suivant la loi normale d'espérance $\mu = 45$ et d'écart type $\sigma = 12$.

Pour tout événement E , on note $p(E)$ sa probabilité.

1. Déterminer, en justifiant :
 - a) $p(X = 10)$
 - b) $p(X \geq 45)$
 - c) $p(21 \leq X \leq 69)$
 - d) $p(21 \leq X \leq 45)$
2. Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'un client passe entre 30 et 60 minutes dans ce supermarché.
3. Déterminer la valeur de a , arrondie à l'unité, telle que $P(X \leq a) = 0,30$. Interpréter la valeur de a dans le contexte de l'énoncé.

Partie B

En 2013, une étude a montré que 89 % des clients étaient satisfaits des produits de ce supermarché.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la proportion de clients satisfaits pour un échantillon de 300 clients pris au hasard en 2013.

Lors d'une enquête réalisée en 2018 auprès de 300 clients choisis au hasard, 286 ont déclaré être satisfaits.

2. Calculer la fréquence de clients satisfaits dans l'enquête réalisée en 2018.
3. Peut-on affirmer, au seuil de 95 %, que le taux de satisfaction des clients est resté stable entre 2013 et 2018 ? Justifier.

Exercice 2 (4 points)
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Reporter sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie.

Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Aucune justification n'est demandée.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

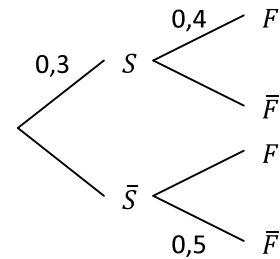
Dans un établissement scolaire, 30 % des élèves sont inscrits dans un club de sport, et parmi eux, 40 % sont des filles. Parmi ceux n'étant pas inscrits dans un club de sport, 50 % sont des garçons.

Pour tout événement E , on note \bar{E} l'événement contraire de E et $p(E)$ sa probabilité. Pour tout événement F de probabilité non nulle, on note $p_F(E)$ la probabilité de E sachant que F est réalisé.

On interroge un élève au hasard et on considère les événements suivants :

- S : « l'élève est inscrit dans un club de sport »
- F : « l'élève est une fille »

La situation est représentée par l'arbre pondéré ci-contre.



1. La probabilité $p_{\bar{F}}(S)$ est la probabilité que l'élève soit :
- inscrit dans un club de sport sachant que c'est un garçon ;
 - un garçon inscrit dans un club de sport ;
 - inscrit dans un club de sport ou un garçon ;
 - un garçon sachant qu'il est inscrit dans un club de sport.

2. On admet que $p(F) = 0,47$. La valeur arrondie au millième de $p_F(S)$ est :

- a) 0,141 b) 0,255 c) 0,400 d) 0,638

Partie B

Soit g la fonction définie sur $[-1 ; 4]$ par $g(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$ et C_g sa courbe représentative dans un repère.

1. La tangente à la courbe C_g au point d'abscisse 1 a pour équation :
- a) $y = -3x^2 + 6x$ b) $y = 3x - 2$ c) $y = 3x - 3$ d) $y = 2x - 1$
2. La valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[-1 ; a]$ est nulle pour :
- a) $a = 0$ b) $a = 1$ c) $a = 2$ d) $a = 3$

Exercice 3 (5 points)

Candidats de série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de série L

Un lac de montagne est alimenté par une rivière et régulé par un barrage, situé en aval, d'une hauteur de 10 m.

On mesure le niveau d'eau du lac chaque jour à midi.

Le 1^{er} janvier 2018, à midi, le niveau d'eau du lac était de 6,05 m.

Entre deux mesures successives, le niveau d'eau du lac évolue de la façon suivante :

- d'abord une augmentation de 6 % (apport de la rivière) ;
 - ensuite une baisse de 15 cm (écoulement à travers le barrage).
1. On modélise l'évolution du niveau d'eau du lac par une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, le terme u_n représentant le niveau d'eau du lac à midi, en cm, n jours après le 1^{er} janvier 2018. Ainsi le niveau d'eau du lac le 1^{er} janvier 2018 à midi est donné par $u_0 = 605$.
 - a) Calculer le niveau du lac, en cm, le 2 janvier 2018 à midi.
 - b) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1,06u_n - 15$.
 2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 250$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 1,06. Préciser son terme initial.
 - b) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 355 \times 1,06^n + 250$.
 3. Lorsque le niveau du lac dépasse 10 m, l'équipe d'entretien doit agrandir l'ouverture des vannes du barrage.
 - a) Déterminer la limite de la suite (u_n) .
 - b) L'équipe d'entretien devra-t-elle ouvrir les vannes afin de réguler le niveau d'eau ? Justifier la réponse.
 4. Afin de déterminer la première date d'intervention des techniciens, on souhaite utiliser l'algorithme incomplet ci-dessous.

$N \leftarrow 0$
$U \leftarrow 605$
Tant que faire
$U \leftarrow \dots\dots\dots$
$N \leftarrow N + 1$
Fin Tant que

- a) Recopier et compléter l'algorithme.
- b) À la fin de l'exécution de l'algorithme, que contient la variable N ?
- c) En déduire la première date d'intervention des techniciens sur les vannes du barrage.

Exercice 4 (6 points)
Commun à tous les candidats

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ par

$$f(x) = (2x + 1)e^{-2x} + 3.$$

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère. Une représentation graphique est donnée en annexe.

1. On note f' la fonction dérivée de f . Montrer que, pour tout $x \in [-2 ; 4]$,

$$f'(x) = -4xe^{-2x}.$$

2. Étudier les variations de f .

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur l'intervalle $[-2 ; 0]$ et donner une valeur approchée au dixième de cette solution.

4. On note f'' la fonction dérivée de f' . On admet que, pour tout $x \in [-2 ; 4]$,

$$f''(x) = (8x - 4)e^{-2x}.$$

- a) Étudier le signe de f'' sur l'intervalle $[-2 ; 4]$.
- b) En déduire le plus grand intervalle dans $[-2 ; 4]$ sur lequel f est convexe.
5. On note g la fonction définie sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ par $g(x) = (2x + 1)e^{-2x}$.
- a) Vérifier que la fonction G définie pour tout $x \in [-2 ; 4]$ par $G(x) = (-x - 1)e^{-2x}$ est une primitive de la fonction g .
- b) En déduire une primitive F de f .
6. On note \mathcal{A} l'aire du domaine \mathcal{D} compris entre la courbe C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
- a) Hachurer le domaine \mathcal{D} sur le graphique donné en annexe, à rendre avec la copie.
- b) Par lecture graphique, donner un encadrement de \mathcal{A} , en unité d'aire, par deux entiers consécutifs.
- c) Calculer la valeur exacte de \mathcal{A} , puis une valeur approchée au centième.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 4 – Commun à tous les candidats

