

Espérance mathématique : comment tenir compte d'une mise (3)

Nous avons ici trois fiches qui s'intéressent à un jeu d'argent pour lequel il y a une mise de départ. L'intérêt va être de savoir, pour chaque situation, si le jeu est *équitable* mais surtout jusqu'à quel point il est *défavorable* pour le joueur (et donc *favorable* pour l'organisateur, car ne soyons pas naïf, un organisateur ne mettra en place un jeu que si il a "l'espoir" de gagner de l'argent).

On verra, au final, trois situations qui permettent de balayer l'ensemble des possibilités :

- on intègre la mise dans les valeurs de gains dès le départ.
- on ne tient pas compte de la mise au départ et elle ne conditionnera que la conclusion en lien avec l'espérance.
- on cherche quel(s) gain(s) il faudrait proposer afin d'avoir un jeu équitable

Application 3 : on cherche une valeur de gain afin d'avoir un jeu équitable.

On prend une situation avec 10 jetons dans un sac (1 jeton rouge, 2 jetons bleus et 7 jetons verts).

Si on tire un jeton rouge ,
alors on *gagne* x euros.

Si on tire un jeton bleu,
alors on *gagne* 2 euros.

Si on tire un jeton vert,
alors on *gagne* 0 euros.

On participe au jeu en payant (*en misant*) une somme de 2 euros.

On note X la variable aléatoire qui nous donne le gain obtenu *sans tenir compte de la mise* .

Les valeurs prises par la variable aléatoire sont: $0 ; 2 ; x$

$$\text{On a : } p(X=0) = \frac{7}{10} = 0,7 ; p(X=2) = \frac{2}{10} = 0,2 ; p(X=x) = \frac{1}{10} = 0,1$$

(jeton vert) (jeton bleu) (jeton rouge)

On obtient la loi de probabilité suivante :

Variable aléatoire x_i	0	2	x
Probabilités p_i	0,7	0,2	0,1

On calcule l'espérance mathématique de cette variable aléatoire :

$$E(X) = 0 \times 0,7 + 2 \times 0,2 + x \times 0,1 = 0,4 + 0,1x$$

Conclusion :

Pour avoir un jeu équitable, il faut que $E(X) = 2$, car c'est la valeur de la mise.

On résout donc l'équation : $0,1x + 0,4 = 2$

$$\rightarrow x = 16$$

Donc il faut un gain de 16 euros avec le jeton rouge pour avoir un jeu équitable.