

Espérance mathématique : comment tenir compte d'une mise (1)

Nous avons ici trois fiches qui s'intéressent à un jeu d'argent pour lequel il y a une mise de départ. L'intérêt va être de savoir, pour chaque situation, si le jeu est *équitable* mais surtout jusqu'à quel point il est *défavorable* pour le joueur (et donc *favorable* pour l'organisateur, car ne soyons pas naïf, un organisateur ne mettra en place un jeu que si il a "l'espoir" de gagner de l'argent).

On verra, au final, trois situations qui permettent de balayer l'ensemble des possibilités :

- on intègre la mise dans les valeurs de gains dès le départ.
- on ne tient pas compte de la mise au départ et elle ne conditionnera que la conclusion en lien avec l'espérance.
- on cherche quel(s) gain(s) il faudrait proposer afin d'avoir un jeu équitable .

Application 1 : on tient compte d'une mise initiale pour les valeurs de la variable aléatoire.

On prend une situation avec 10 jetons dans un sac (1 jeton rouge, 2 jetons bleus et 7 jetons verts).

Si on tire un jeton rouge ,
alors on *gagne* 15 euros.

Si on tire un jeton bleu,
alors on *gagne* 2 euros.

Si on tire un jeton vert,
alors on *gagne* 0 euros.

On participe au jeu en payant (*en misant*) une somme de 2 euros.

On note X la variable aléatoire qui nous donne le gain obtenu *en tenant compte de la mise* .

En enlevant la mise de 2 euros, on obtient les valeurs prises
par la variable aléatoire : -2 ; 0 ; 13

$$(0-2=2\text{€}) \quad (2-2=0\text{€}) \quad (15-2=13\text{€})$$

$$\text{On a : } p(X=-2) = \frac{7}{10} = 0,7 \quad ; \quad p(X=0) = \frac{2}{10} = 0,2 \quad ; \quad p(X=13) = \frac{1}{10} = 0,1$$

(jeton vert) (jeton bleu) (jeton rouge)

On obtient la loi de probabilité suivante :

Variable aléatoire x_i	-2	0	13
Probabilités p_i	$0,7$	$0,2$	$0,1$

On calcule l'espérance mathématique de cette variable aléatoire :

$$E(X) = -2 \times 0,7 + 0 \times 0,2 + 13 \times 0,1 = -0,1 \text{ euros}$$

Conclusion :

Pour que le jeu soit ici équitable, il faudrait que $E(X) = 0$.

Donc le jeu n'est pas équitable .

L'espérance (de gain) est ici inférieure à zéro, donc

le jeu est défavorable au joueur et favorable pour l'organisateur .