Corrigé

de l'épreuve de mathématiques

Bac ES

Nouvelle - Calédonie novembre 2019

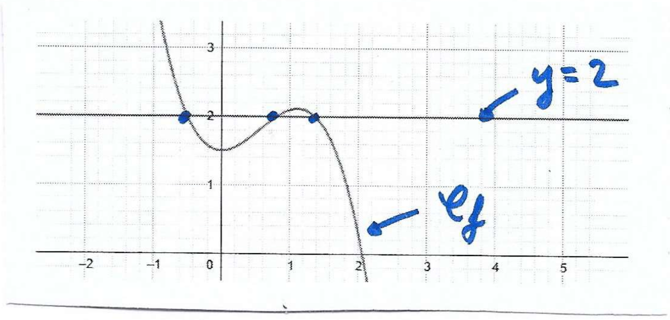
Correction proposée
par
Bruno Swiners
sur
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1 :

Les bonnes réponses sont : 1) → réponse D
2) → réponse B
3) → réponse B
4) → réponse A

Quelques explications tout de même :

* pour la question 1, on peut utiliser sa calculatrice et afficher la courbe pour voir combien de fois elle "passe" par 2.



* pour la question 2, on utilise les réponses en remplaçant n par les nombres proposés.

* pour la question 3, on reconnait une loi binomiale de paramètres $n = 162$ et $p = 0,2$

  On cherche $p(X = 30)$ → on peut utiliser sa calculatrice avec $\boxed{\text{binomFdp}}$.

* pour la question 4, on se souvient qu'un intervalle de confiance s'écrit $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$.

  Son amplitude sera $\frac{2}{\sqrt{n}}$

  et on veut donc résoudre $\frac{2}{\sqrt{n}} = 0,001$

  → on teste les valeurs de n proposées.

Exercice 2 :

Partie A ① $U_1 = 1{,}2 \times U_0 - 28 = 1{,}2 \times 150 - 28 = 152$

$U_2 = 1{,}2 \times U_1 - 28 = 1{,}2 \times 152 - 28 = 154{,}4$

② on a $U_{n+1} = 1{,}2\, U_n - 28$ → on enlève 28 poissons !

→ on multiplie par le coefficient 1,2 car on a une hausse de 20% → $\left(1 + \frac{20}{100}\right)$

③ ⓐ on a : $U_{n+1} = 1{,}2\, U_n - 28$

et $W_n = U_n - 140 \rightarrow U_n = W_n + 140$

On part de $W_{n+1} = U_{n+1} - 140$

$$= 1{,}2\, U_n - 28 - 140$$
$$= 1{,}2(W_n + 140) - 28 - 140$$
$$= 1{,}2\, W_n + \underbrace{1{,}2 \times 140 - 28 - 140}_{\boxed{=0}}$$

$\rightarrow W_{n+1} = 1{,}2\, W_n$

c'est une suite géométrique de raison 1,2 et de premier terme $W_0 = U_0 - 140 = 150 - 140 = 10$

ⓑ On a donc : $W_n = W_0 \times q^{(n-0)} = 10 \times 1{,}2^n$

et $U_n = W_n + 140 = 10 \times 1{,}2^n + 140$

④ on utilise, par exemple, un tableau de valeurs en utilisant l'expression de U_n.

On constate que : $U_9 \approx 191{,}6$

et $U_{10} \approx 201{,}9$

Donc, après 10 ans, en 2028, la population dépassera 200 poissons.

→ il faudra acheter un nouvel aquarium pendant l'année 2027 !

Partie B :

1. Le nombre de visiteurs augmente de 12%
   → on a un coefficient égal à $\left(1+\frac{12}{100}\right)=1,12$.

Donc, chaque mois, le nombre de visiteurs est multiplié par 1,12.

On cherche ensuite la recette totale et il faut donc ajouter les nombres de visiteurs mensuels.

On obtient alors :

```
S ← 0
V ← 1350
Pour N allant de 1 à 6
   S ← S + V
   V ← 1,12 V
Fin Pour
   S ← 8 S
```

la recette est obtenue en multipliant le nombre de visiteurs par 8 (€).

2. A l'aide de sa calculatrice, on peut obtenir les nombres mensuels de visiteurs, et donc le total sur les six mois (10 954 visiteurs).

La recette est égale alors à :

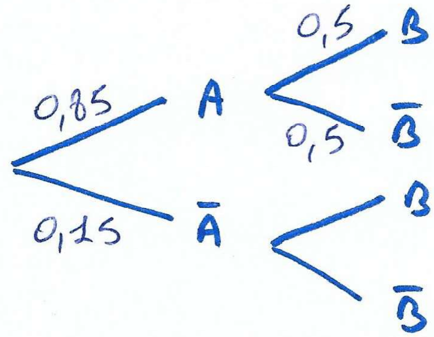
$$10\,954 \times 8\text{ €} = 87\,632\text{ €}$$

Exercice 3 :

Partie A :

① $p(\bar{A} \cap B) = 0{,}015$ → c'est une des probabilités donnée par l'énoncé !

②



$p(\bar{A} \cap B) = 0{,}015$

③ on utilise la formule des probabilités totales

$$p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)$$
$$= 0{,}85 \times 0{,}5 + 0{,}015 = 0{,}44$$

④ on cherche $p_{\bar{A}}(B) = \dfrac{p(\bar{A} \cap B)}{p(\bar{A})} = \dfrac{0{,}015}{0{,}15} = 0{,}1$

⑤ On a 10% de chances de voir un bébé éléphant sachant que l'on n'a pas vu un adulte.

Partie B :

① on cherche ici $p(60 \leq x \leq 90) = \dfrac{30}{90} = \dfrac{1}{3}$

② on applique le cours pour l'espérance d'une loi uniforme entre 0 et 90 min

$$\rightarrow \frac{0+90}{2} = 45 \text{ min}$$

soit 20h 45min.

Partie C :

① Les éléphants d'Afrique sont plus grands

→ leurs tailles correspond à $\mathscr{C}_1$ qui a une moyenne et des "valeurs" plus grandes.

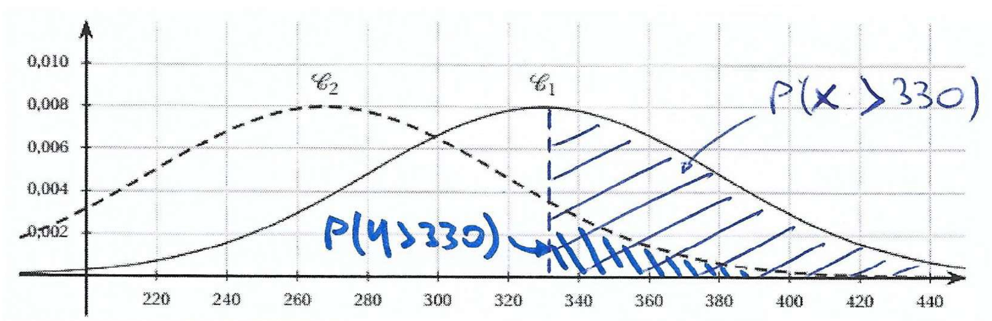
Bilan : Afrique → courbe $\mathscr{C}_1$ → variable X

Asie → courbe $\mathscr{C}_2$ → variable Y.

ⓑ L'espérance correspond à la position du sommet de la courbe correspondante

→ $E(X) \approx 330$ cm et $E(Y) \approx 270$ cm.

②



il est évident que $P(X > 330) > P(Y > 330)$

③ ⓐ Avec la calculatrice et NormalFRep,

on obtient : $P(Y > 330) \approx 0{,}11$

ⓑ Environ 11% des éléphants d'Asie ont une taille supérieure à 330 cm.

Exercice 4 :

1) a) on cherche à calculer $f(0)$.

$\rightarrow f(0) = (-5\times 0^2+5)e^0 = 5\times 1 = 5 \rightarrow A(0;5)$

b) on cherche à résoudre $f(x) = 0$

c'est à dire $-5x^2+5=0$

Avec $\Delta = b^2-4ac$ ou plus directement, on trouve deux solutions : $x_1 = -1$ ou $x_2 = 1 \rightarrow (-1;0)$ et $(1;0)$

c) on calcule $f'(x)$ avec la formule $(uv)' = u'v+uv'$

où $u(x) = (-5x^2+5)$ $\quad v(x) = e^x$

$u'(x) = -10x$ $\quad v'(x) = e^x$

soit $f'(x) = -10x\times e^x + (-5x^2+5)\times e^x$

$= e^x(-5x^2-10x+5)$ en factorisant par e^x.

d) on résout $f'(x) = 0$ soit $-5x^2-10x+5=0$

On a : $\Delta = (-10)^2-4\times(-5)\times 5 = 200 \rightarrow$ 2 solutions.

$x_1 = \dfrac{-(-10)-\sqrt{200}}{2\times(-5)} = -1+\sqrt{2}$ et $x_2 = -1-\sqrt{2}$

On en déduit le tableau suivant :

x	-5		x_2		x_1		2
signes de e^x		+	|	+	|	+	
signes de $-5x^2-10x+5$		$-$	0	+	0	$-$	
signes de $f'(x)$		$-$	0	+	0	$-$	
variations de f		↘		↗		↘	

2) a) L'équation de la tangente en 0 sera :

$y = f'(0)\times(x-0)+f(0)$

or $f(0) = 5$ et $f'(0) = (-5\times 0^2-10\times 0+5)\times e^0 = 5$

$\rightarrow y = 5\times x+5$.

③ ⓐ Le logiciel donne : $f''(x) = -20xe^{x} - 5x^2e^{x} - 5e^{x}$

→ on factorise par $-e^{x}$ → $f''(x) = -e^{x}(5x^2 + 20x + 5)$

ⓑ on résout $f''(x) = 0$ soit $x_1 = -\sqrt{3} - 2$ et $x_2 = \sqrt{3} - 2$

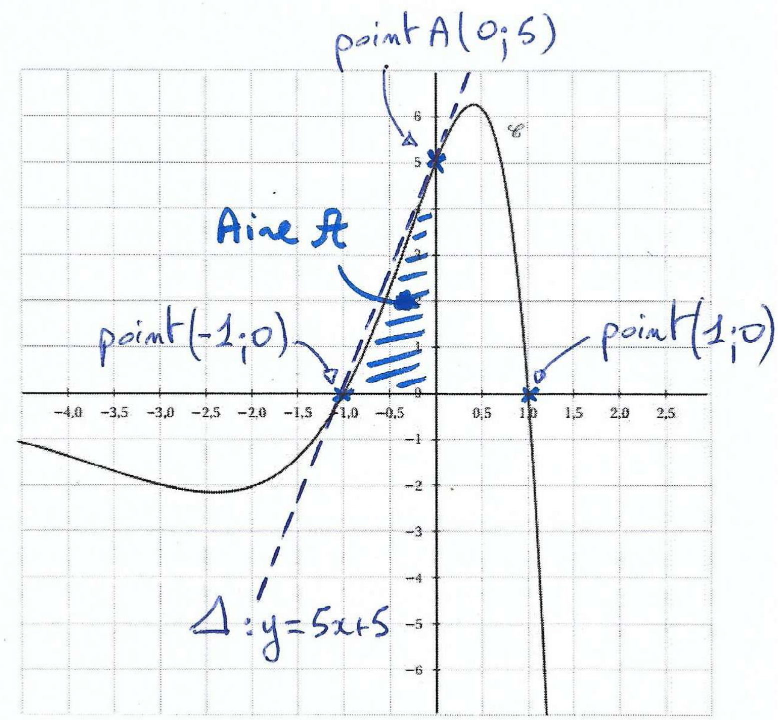
(d'après le logiciel)

On en déduit le tableau :

x	-5		$-\sqrt{3}-2$		$\sqrt{3}-2$		2
signes de $-e^{x}$		$-$		$-$		$-$	
signes de $5x^2+20x+5$		$+$	0	$-$	0	$+$	
signes de $f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
fonction f		concave		convexe		concave	

④ ⓐⓑ un carré vaut 0,5 U.A. et l'aire représente moins de cinq carrés pleins !

ⓒ on a $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx = F(-1) - F(0) = -5 + 20e^{-1} \approx 2{,}36$ U.A.



Exercice de Spé :

Partie A : ① on s'intéresse au degré des sommets

A	B	C	D	E	F	G	H	I
4	2	4	6	2	4	4	4	2

→ on a donc une chaine Eulérienne car on a ici 0 (ou 2) degré impair !

On peut partir de n'importe quel sommet et explorer tous les sentiers en ne passant qu'une fois sur chacun.

② on utilise l'algorithme de Dijkstra que je met en place de la façon suivante :

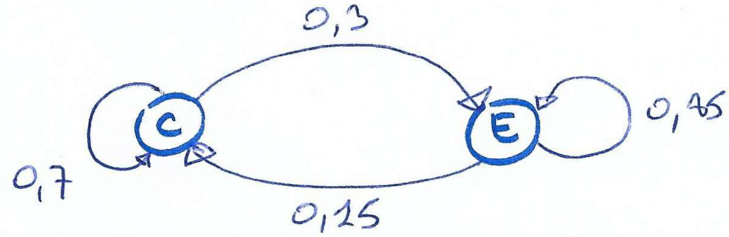
A	B	C	G	E	F	D	H	I
X	A(5)	B(7) ~~A(8)~~	A(8)	G(10)	C(9) ~~G(10)~~	~~C(12)~~ ~~A(12)~~ ~~E(16)~~ F(11)	~~G(14)~~ ~~F(14)~~ D(12)	D(18) ~~H(19)~~

On barre au fur et à mesure les chemins les plus longs.

→ on obtient 18 km pour l'itinéraire le plus court, qui sera : A → B → C → F → D → I

Partie B :

① On a :



② On a : $P_0 = (c_0 \quad e_0) = (0{,}9 \quad 0{,}1)$

et on a : $M = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}15 & 0{,}85 \end{pmatrix}$

③ On sait que : $P_1 = P_0 \times M = (0{,}9 \quad 0{,}1) \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}15 & 0{,}85 \end{pmatrix}$

$\rightarrow P_1 = (0{,}645 \quad 0{,}355)$

④ L'état stable correspond à : $(c \quad e) = (c \quad e) \times M$

soit $(c \quad e) = (c \quad e) \times \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}15 & 0{,}85 \end{pmatrix}$

On obtient : $(c \quad e) = (0{,}7c + 0{,}15e \quad 0{,}3c + 0{,}85e)$

Avec le fait que $c + e = 1$, on obtient

$$\begin{cases} c = 0{,}7c + 0{,}15e \\ e = 0{,}3c + 0{,}85e \\ c + e = 1 \end{cases} \rightarrow 0{,}3c - 0{,}15e = 0$$

On résout le système $\begin{cases} 0{,}3c - 0{,}15e = 0 \\ c + e = 1 \end{cases}$

On obtient : $c = \frac{1}{3} \quad e = \frac{2}{3}$.

Donc, à terme, il y aura $\frac{1}{3}$ de location pour les vélos classiques et $\frac{2}{3}$ pour les vélos électriques.