Corrigé

de l'épreuve de mathématiques

Bac ES

Amérique du Sud novembre 2019

Correction proposée
par
Bruno Swiners
sur
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1 : Les bonnes réponses à ce QCM sont :

Question 1 → réponse C
Question 2 → réponse B
Question 3 → réponse D
Question 4 → réponse C

Quelques explications tout de même.

* pour la question 1 → on utilise la calculatrice avec NormalFRep.

* pour la question 2 → l'intervalle de confiance s'écrit

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

avec $f = \frac{864}{900}$ et $n = 900$ → $\left[\frac{864}{900} - \frac{1}{\sqrt{900}} ; \frac{864}{900} + \frac{1}{\sqrt{900}} \right]$

* pour la question 3 → l'intervalle de fluctuation s'écrit

$$\left[p - 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right]$$

avec $p = 0,2$ et $n = 200$

* pour la question 4 → on peut calculer $f'(x)$, et $f''(x)$.

On a : $f(x) = x^3 - 39x^2 + 315x + 45$

→ $f'(x) = 3x^2 - 78x + 315$

→ $f''(x) = 6x - 78$

pour $x = 13$, on a $f''(13) = 0$

et on a un changement de concavité en 13

car la fonction est CONCAVE sur $]-\infty ; 13]$ ($f'' \leq 0$)

et la fonction est CONVEXE sur $[13 ; +\infty[$ ($f'' \geq 0$)

Exercice 2 :

① on a $U_1 = 0,96\,U_0 + 300 = 0,96 \times 5000 + 300 = 5100$

$U_2 = 0,96\,U_1 + 300 = 0,96 \times 5100 + 300 = 5196$

et l'année 2020 correspond à U_2.

Il y aura 5196 pommiers en 2020.

② ⓐ on a $U_{n+1} = 0,96\,U_n + 300$

$V_n = U_n - 7500$ et $U_n = V_n + 7500$

On part de :

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 7500$$
$$= 0,96\,U_n + 300 - 7500$$
$$= 0,96(V_n + 7500) + 300 - 7500$$
$$= 0,96\,V_n + \underbrace{0,96 \times 7500 + 300 - 7500}_{\boxed{=0}}$$

$\rightarrow V_{n+1} = 0,96\,V_n$

(V_n) est une suite géométrique de raison 0,96 et de premier terme $V_0 = U_0 - 7500$
$= -2500$

ⓑ on en déduit $V_n = V_0 \times q^{(n-0)} = -2500 \times 0,96^n$

ⓒ on a $U_n = V_n + 7500 = -2500 \times 0,96^n + 7500$

③ ⓐ Ligne 3 : Tant que $u < 6000$

Ligne 5 : $u \leftarrow 0,96u + 300$

ⓑ avec la calculatrice, on obtient $n = 13$.

$\rightarrow$ cela correspond à $2018 + 13 = 2031$.

$\rightarrow$ donc, en 2030, il devra acquérir un nouveau terrain car il dépassera 6000 pommiers pendant cette année.

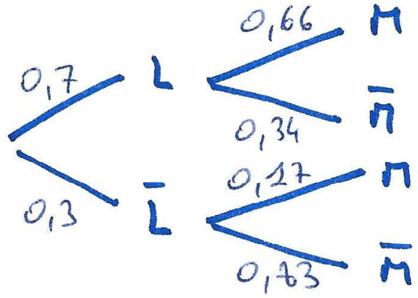
④ $-1 < 0,96 < 1 \rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} 0,96^n = 0 \rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 7500$

Donc, à terme, il aura 7500 pommiers.

Exercice 3

① L'énoncé donne : $p(L)=0{,}7$; $p_L(M)=0{,}66$; $p_{\bar{L}}(\bar{M})=0{,}83$

②



③ on a $p(L\cap M)$

$= p(L)\times p_L(M)$

$= 0{,}7\times 0{,}66 = 0{,}462$

④ on applique la formule des probabilités totales

$$p(M) = p(M\cap L) + p(M\cap \bar{L})$$

$$= 0{,}462 + 0{,}3\times 0{,}17 = 0{,}513$$

⑤ on cherche $P_M(L) = \dfrac{P(M\cap L)}{P(M)} = \dfrac{0{,}462}{0{,}513} \approx 0{,}906$

Donc on a $P_M(L) > 0{,}9$ → il a raison.

⑥ ⓐ c'est une loi binomiale de paramètres

$n=10$ et $p=0{,}513$

ⓑ on cherche $p(X=4)$.

→ on utilise binomFdp → $\boxed{\approx 0{,}194}$

ⓒ on cherche $p(X\leq 3)$

→ on utilise binomFRep → $\boxed{\approx 0{,}151}$

Exercice 4 :

Partie A : ① l'audience a baissé de 2000 à 2003
puis elle a augmenté de 2003 jusqu'à 2019.

② sur le graphique, on obtient environ 800 000.

③ on a : $f'(0) = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{460-82}{0-3} = -126$

Partie B : ① on calcule $f(14) = (20\times 14^2 - 80\times 14 + 460)e^{-0,1\times 14}$
≈ 804 (milliers).

② on calcule $f'(x)$ avec la formule $(uv)' = u'v + uv'$
où $u(x) = 20x^2 - 80x + 460$
$u'(x) = 40x - 80$
$v(x) = e^{-0,1x}$
$v'(x) = -0,1\, e^{-0,1x}$
$\hookrightarrow$ ⚠

On obtient : $f'(x) = (40x-80)e^{-0,1x} + (20x^2-80x+460)\times(-0,1)e^{-0,1x}$
$= (40x-80)e^{-0,1x} + (-2x^2+8x-46)e^{-0,1x}$
$= e^{-0,1x}(\underbrace{-2x^2+48x}_{\hookrightarrow 40+8}\underbrace{-126}_{\hookrightarrow -80-46})$

③ Faut il calculer $\Delta = (48)^2 - 4\times(-2)\times(-126) = 1296$
et trouver les deux solutions $x_1 = \dfrac{-48-\sqrt{1296}}{2\times(-2)} = 21$

$x_2 = \dfrac{-48+\sqrt{1296}}{2\times(-2)} = 3$

ou Faut il utiliser l'énoncé et juste vérifier
qu'en remplaçant x par 3 ou 21 on obtienne bien 0 ?

ⓒ

x	0		3		21		29
signes de $-2x^2+48x-126$		$-$	0	$+$	0	$-$	
signes de $e^{-0,1x}$		$+$		$+$		$+$	
signes de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
variations de $f(x)$	460	$\searrow$	296	$\nearrow$	931	$\searrow$	826

ⓓ on n'atteindra pas le million car le maximum de la fonction est égal à 931 (milliers).

③ on reconnait l'utilisation du TVI sur $[3;21]$.

→ f est croissante et continue sur $[3;21]$

on a : $f(3)=296$ et $f(21)=931$.

or 800 appartient bien à l'intervalle $[296;931]$

Donc, d'après le TVI, l'équation $f(x)=800$ possède une solution unique dans $[3;21]$.

Avec la calculatrice, on obtient $13<\alpha<14$

→ on dépassera 800 000 durant l'année 2013 (car en 2014 on a déjà dépassé !).

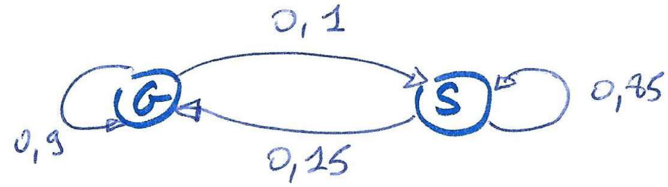
④ on applique la valeur moyenne d'une fonction

→ on a $\underbrace{\dfrac{1}{19-18}}_{\boxed{=1}} \times \displaystyle\int_{18}^{19} f(x)\,dx = F(19)-F(18)$

$\simeq 916$ (milliers)

Exercice de Spé :

Partie A : ①



② on en déduit :

$$M = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,15 & 0,85 \end{pmatrix}$$

③ on a : $P_0 = (g_0 \quad s_0) = (0,42 \quad 0,58)$

et on calcule : $P_1 = P_0 \times M = (0,42 \quad 0,58) \times \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,15 & 0,85 \end{pmatrix}$

$\longrightarrow P_1 = (0,465 \quad 0,535)$

Donc 46,5% des cyclistes participeront au grand parcours en 2019.

④ ⓐ $P = (x \quad y)$ doit vérifier $P = P \times M$

soit $(x \quad y) = (x \quad y) \times \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,15 & 0,85 \end{pmatrix}$

soit $(x \quad y) = (0,9x + 0,15y \quad 0,1x + 0,85y)$

On obtient donc :

$\begin{cases} x = 0,9x + 0,15y \\ y = 0,1x + 0,85y \end{cases}$ > $0,1x - 0,15y = 0$

sans oublier $x + y = 1$!!

On résout le système $\begin{cases} 0,1x - 0,15y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$

et on obtient $x = 0,6$ et $y = 0,4$

⑤ à long terme, le grand parcours aura plus de succès (60%).

Partie B

① ce graphe n'est pas complet car il n'y a pas, par exemple, d'arêtes reliant A et B.
Par contre, ce graphe est connexe car deux sommets quelconques sont forcément reliés par une chaîne

② on s'intéresse au degré de chaque sommet

sommet	B	H	R	T	C	A
degré	2	4	4	3	3	4

On a donc une chaîne Eulérienne car on a bien 0 ou 2 degré impair !
Ici, c'est 2 → on peut donc visiter tous les stands en empruntant une seule fois chaque allées et en partant du sommet T ou C (degré impair).
Un trajet possible est :

C . R . T . A . H . C . A . R . B . H . T .