

L' équation cartésienne d'une droite : définition , parallélisme

Définition

On appellera *équation cartésienne* d'une droite (d) toute écriture du type $ax + by + c = 0$ (avec $b \neq 0$).

Les écritures $3x - 6y - 7 = 0$ et $-2x + 4y + 1 = 0$ sont des équations cartésiennes de droites.

Élément caractéristique d'une équation cartésienne

Dans l'équation *cartésienne* d'une droite (d) s'écrivant $ax + by + c = 0$, on ne pourra pas trouver directement ni l'ordonnée à l'origine, ni le coefficient directeur de la droite.

Par contre, et c'est le RESULTAT ESSENTIEL à connaître par coeur :
on aura un *vecteur directeur* de cette droite (que l'on notera \vec{v}) qui s'écrira $\vec{v}(-b; a)$.

Condition de parallélisme (avec la colinéarité des vecteurs directeurs)

Cette condition s'exprime avec la PROPRIÉTÉ suivante :

Deux droites sont PARALLELES si et seulement si leurs vecteurs directeurs sont COLINEAIRES.

Je vous conseille, pour chaque droite dont on connaît l'équation cartésienne, de bien marquer sur votre feuille les valeurs respectives de a , de b et de c , et ensuite de bien indiquer le vecteur directeur avec ses coordonnées $(-b; a)$.

Exemple

Les droites (d) d'équation $-3x + 6y + 1 = 0$ et (d') d'équation $2x - 4y - 5 = 0$ sont elles parallèles ?

$$\text{Avec } (d) \text{ d'équation } -3x + 6y + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 6 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\text{on a un vecteur directeur } \vec{v} \begin{vmatrix} -b \\ a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -6 \\ -3 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{v} \begin{vmatrix} -6 \\ -3 \end{vmatrix}$$

$$\text{Avec } (d') \text{ d'équation } 2x - 4y - 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -5 \end{cases}$$

$$\text{on a un vecteur directeur } \vec{v}' \begin{vmatrix} -b \\ a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -(-4) \\ 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 \\ 2 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{v}' \begin{vmatrix} 4 \\ 2 \end{vmatrix}$$

On vérifie alors la colinéarité des vecteurs $\vec{v} \begin{vmatrix} -6 \\ -3 \end{vmatrix}$ et $\vec{v}' \begin{vmatrix} 4 \\ 2 \end{vmatrix}$

$$\rightarrow \text{on calcule : } -6 \times 2 - (-3) \times 4 \\ = -12 + 12 = 0$$

Donc les vecteurs \vec{v} et \vec{v}' sont colinéaires.

Donc les droites (d) et (d') sont parallèles.