Les fonctions trigonométriques : applications

Etude de la fonction *tangente*

On étudie la fonction *tangente* définie par $f(x) = \tan x$ sur l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$

→ ***domaine de définition***

On a : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Donc les valeurs $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$ sont bien des valeurs interdites car le dénominateur $\cos x$ s'annulerait alors.

→ ***calcul de la dérivée***

On calcule $(\tan x)'$ avec la formule $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

↳ $u(x) = \sin x$ $\quad v(x) = \cos x$

$u'(x) = \cos x$ $\quad v'(x) = -\sin x$

On a donc $f'(x) = \frac{\cos x \times \cos x - \sin x \times (-\sin x)}{\cos^2 x}$

$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}$

→ on écrit soit $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ (car $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$)

→ on écrit soit $(\tan x)' = \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$

→ ***conclusion pour les variations***

La dérivée $(\tan x)'$ est donc positive sur $\left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$.

La fonction tangente est donc croissante sur $\left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$.

→ ***quelques valeurs à connaitre***

On a : $\tan 0 = \frac{\sin 0}{\cos 0} = \frac{0}{1} = 0$

$\tan \frac{\pi}{4} = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$

Un bon exemple d'exercice du bac

L'exercice proposé ici est totalement réalisable avec les connaissances de Première (*les compétences présentes dans un sujet du bac ne sont pas que des compétences de Terminale !*).

Il s'agit de l'exercice 4 du sujet de Métropole de juin 2016 (en enseignement obligatoire).

Ce sujet, ainsi que le corrigé, est disponible sur ce site (voir "*les annales du bac*").