

## Les fonctions affines : définition , propriétés

### Définition

Une *fonction affine* sera définie par une expression du type  $f(x) = ax + b$ , avec  $a$  et  $b$  nombre réels. Pour une fonction affine, le nombre  $a$  ne peut pas être égal à 0. Si c'est le cas, on n'a pas une fonction affine, mais une *fonction constante*.

Par contre, le nombre  $b$  peut lui être nul. On a alors  $f(x) = ax$ . On parlera alors d'une *fonction linéaire*.

Exemples :  $f(x) = 3x - 5$  représente une fonction AFFINE.  
 $g(x) = -2x + 7$  représente une fonction AFFINE.  
 $h(x) = 4x$  représente une fonction LINÉAIRE.  
 $i(x) = 6$  représente une fonction CONSTANTE.

### Représentation graphique d'une fonction affine

#### Propriété fondamentale

La représentation graphique d'une *fonction affine* sera dans tous les cas une *droite*.

#### Définition

Pour une fonction affine définie par  $f(x) = ax + b$ , on dira que l'expression  $y = ax + b$  est l'*équation réduite de la droite* représentant cette fonction affine.

On parle donc bien de la même chose, avec  $f(x)$  pour la fonction, et  $y$  pour la droite.

#### Cas particulier de la fonction linéaire

Dans le cas d'une *fonction linéaire* ( si le nombre  $b$  est nul), cette droite *passera par l'origine* du repère.

#### Définition de l'ordonnée à l'origine

Si le nombre  $b$  n'est pas nul, alors la droite coupe l'axe des ordonnées sur cette valeur  $b$ , qui s'appelle alors l'*ordonnée à l'origine*.

### Propriété liée au signe du coefficient $a$

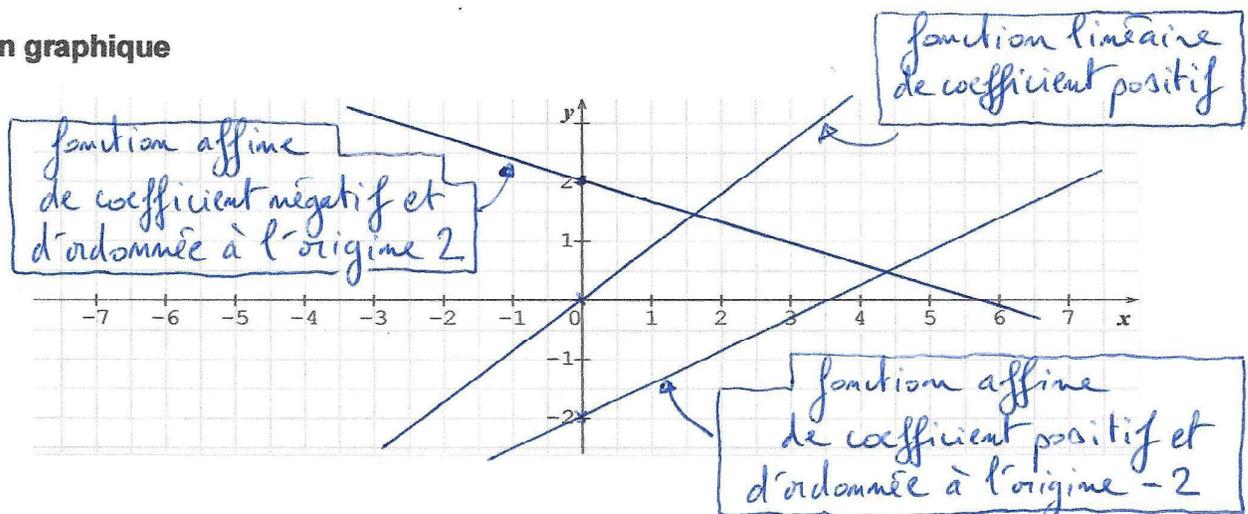
Le nombre  $a$  s'appelle le *coefficient de la fonction affine* définie par  $f(x) = ax + b$ .

Et pour la droite d'équation  $y = ax + b$ , on dira que le nombre  $a$  est le *coefficient directeur de la droite*.

Si le coefficient  $a$  est *POSITIF*, alors la fonction  $f$  est une fonction *CROISSANTE*. La représentation graphique de cette fonction est donc une droite qui "*monte*".

Si le coefficient  $a$  est *NEGATIF*, alors la fonction  $f$  est une fonction *DECROISSANTE*. La représentation graphique de cette fonction est donc une droite qui "*descend*".

### Bilan graphique



## Comment tracer la droite représentant une fonction affine ( 1 )

Dans cette fiche, on va voir la *première méthode* pour représenter une fonction affine, qui consiste à obtenir *deux points* liés à la fonction affine, puis à tracer *la droite qui passe par ces deux points*.

### Méthode

On considère une *fonction affine* définie par  $f(x) = ax + b$ , dont la représentation graphique est une *droite* ayant pour équation  $y = ax + b$ . Pour obtenir cette droite :

- on remplacera  $x$  par un nombre (ce sera l'abscisse du premier point) et on calculera alors l'image de ce nombre par la fonction, ce qui nous donnera l'ordonnée  $y$  du premier point.
- on remplace  $x$  par une autre valeur, et on calcule son image, et on obtient le deuxième point.
- on place les deux points dans un repère, et on trace la droite (qui représente la fonction affine).

### Remarque

On a le choix de prendre les abscisses  $x$  que l'on veut. Mais, une fois ce choix fait pour  $x$ , la valeur de l'ordonnée  $y$  sera imposée par le calcul, puisque ce sera *l'image* du nombre choisi. Du coup, autant choisir des nombres simples, qui permettent des calculs simples.

### Exemples

Avec la *fonction affine* définie par  $f(x) = 2x - 3$

On remplace  $x$  par 0  $\rightarrow$  on obtient  $f(0) = 2 \times 0 - 3 = -3$ .

On a donc un premier point A de coordonnées (0; -3).

On remplace  $x$  par 2  $\rightarrow$  on obtient  $f(2) = 2 \times 2 - 3 = 1$ .

On a donc un deuxième point B de coordonnées (2; 1).

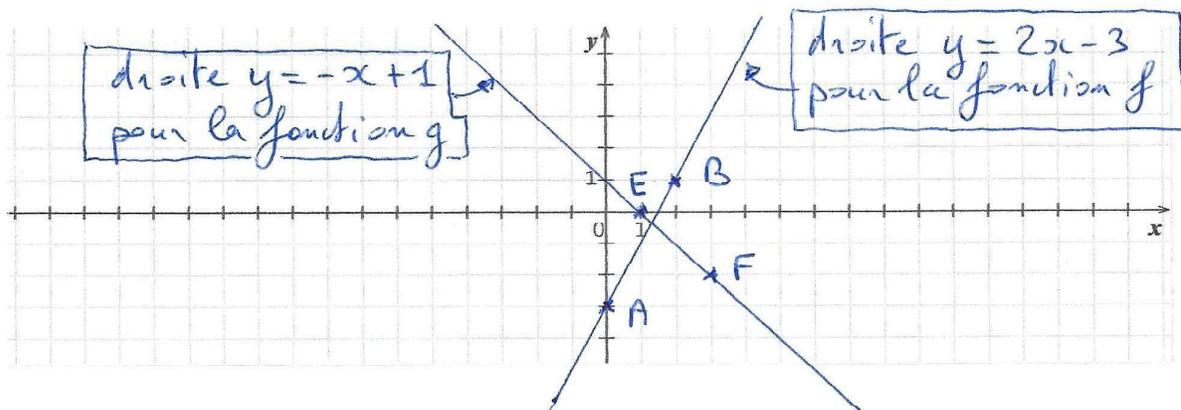
Avec la *fonction affine* définie par  $g(x) = -x + 1$

On remplace  $x$  par 1  $\rightarrow$  on obtient  $f(1) = -1 + 1 = 0$ .

On a donc un premier point E de coordonnées (1; 0).

On remplace  $x$  par 3  $\rightarrow$  on obtient  $f(3) = -3 + 1 = -2$ .

On a donc un deuxième point F de coordonnées (3; -2).



## Comment tracer la droite représentant une fonction affine ( 2 )

Dans cette fiche, on va voir la *deuxième méthode* pour représenter une fonction affine. Cette méthode va directement utiliser le *coefficient a* et l'*ordonnée à l'origine b* de l'expression  $f(x) = ax + b$ .

### Méthode

On considère une *fonction affine* définie par  $f(x) = ax + b$ , dont la représentation graphique est une *droite* ayant pour équation  $y = ax + b$ . Pour obtenir cette droite :

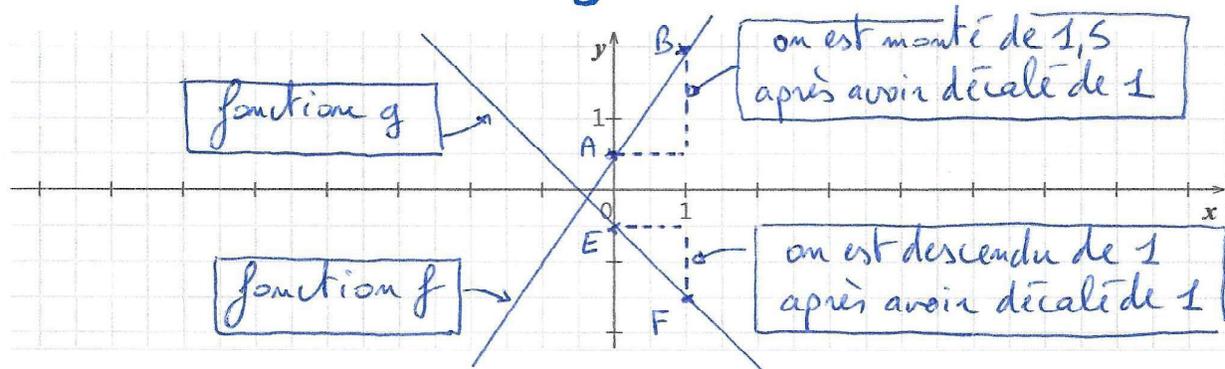
- elle coupera l'*axe des ordonnées* en  $b$  (qui est l'*ordonnée à l'origine*).
- à partir de ce point, on utilise le coefficient  $a$  qui correspond à un vecteur directeur de coordonnées  $(1; a)$ . Donc, en partant du premier point créé, "on se décale de 1 sur la ligne horizontale, puis on se déplace verticalement de la valeur de ce coefficient  $a$ " (on monte si le coefficient est positif, on descend s'il est négatif).

→ un exemple avec la fonction définie par  $f(x) = 1,5x + 0,5$

ordonnée à l'origine  $0,5$  → on part du point  $A(0; 0,5)$   
coefficient égal à  $1,5$  → pour obtenir le point  $B$ ,  
on décale de 1 en horizontal, et on monte de  $1,5$ .

→ un exemple avec la fonction définie par  $g(x) = -x - 0,5$

ordonnée à l'origine  $-0,5$  → on part du point  $E(0; -0,5)$   
coefficient égal à  $-1$  → pour obtenir le point  $F$ ,  
on décale de 1 en horizontal, et on descend de 1.



### Quelques cas particuliers

Parfois, le coefficient ne permet pas ce travail automatique. Il faudra juste se rappeler du principe de proportionnalité, pour avoir des coordonnées exploitables.

→ un exemple avec  $f(x) = 0,75x - 2$

On ne dira pas : on décale de 1 en horizontal et on monte de  $0,75$   
MAIS ON DIRA : on décale de 2 en horizontal, pour monter de  $1,5$ .

→ un exemple avec  $f(x) = \frac{1}{3}x + 4$

On ne dira pas : on décale de 1 en horizontal et on monte de  $\frac{1}{3}$   
MAIS ON DIRA : on décale de 3 en horizontal, pour monter de 1.

## Comment trouver l'expression d'une fonction affine ( 1 )

On vous demandera très souvent de retrouver l'expression  $f(x) = ax + b$  d'une fonction affine.

Pour cela, on aura besoin de connaître deux couples de valeurs (deux points ou deux images ou ....).

On a, dans ce chapitre, trois fiches qui vont balayer l'ensemble des situations possibles utilisant la notion de fonction et d'image  $f(x)$ . On retrouvera le même type de travail dans le chapitre sur les "équations réduites de droites" où ce même travail se fera avec la notion d'ordonnée  $y$ .

### Comment bien retranscrire les énoncés

Si l'énoncé nous donne directement deux nombres et leur image respective, alors on a tout ce qu'il faut pour se lancer et mettre en place la méthode suivante !!

### Méthode

Elle est à suivre précisément et à faire un certain nombre de fois (pour bien comprendre le rôle de chaque nombre). La difficulté va surtout être de bien comprendre que les inconnues que l'on cherche à déterminer sont bien les nombres  $a$  et  $b$  (et non pas  $x$  comme si souvent !!).

On va travailler avec un exemple de fonction  $f$  pour laquelle on nous donne  $f(1) = 2$  (cela correspondrait à un point A) et  $f(6) = 22$  (cela correspondrait à un point B).

Etape 1 : on calcule le coefficient  $a$

$$\text{on calcule : } a = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A}$$

Les images sont en haut  
et les  $x$  sont en bas

$$\rightarrow a = \frac{22 - 2}{6 - 1} = \frac{20}{5} = 4$$

L'ordre des points doit être  
le même en haut et en bas

La fonction  $f$  peut donc s'écrire :

$$f(x) = 4x + b$$

Etape 2 : on calcule la valeur du nombre  $b$

Avec  $f(1) = 2$ , on sait qu'en remplaçant  $x$  par 1, on obtient son image qui est égale à 2

$$\rightarrow \text{on écrit : } \underset{f(x_A)}{2} = 4 \times \underset{x_A}{1} + b$$

$$\text{On résout : } 2 = 4 + b \rightarrow b = 2 - 4 = -2$$

Conclusion : On a obtenu  $a = 4$  et  $b = -2$ .

$$\text{On peut donc écrire : } f(x) = \underset{a}{4}x - \underset{b}{2}$$

### Remarque

Dans l'étape 2, on a utilisé les coordonnées du point A. N'hésitez pas à vérifier que l'on aurait obtenu la même valeur de  $b$  si on avait utilisé les coordonnées du point B.

## Comment trouver l'expression d'une fonction affine ( 2 )

On vous demandera très souvent de retrouver l'expression  $f(x) = ax + b$  d'une fonction affine. Pour cela, on aura besoin de connaître *deux couples de valeurs* (deux points ou deux images ou ....). On a, dans ce chapitre, trois fiches qui vont balayer l'ensemble des situations possibles utilisant la notion de fonction et d'image  $f(x)$ . On retrouvera le même type de travail dans le chapitre sur les "équations réduites de droites" où ce même travail se fera avec la notion d'ordonnée  $y$ .

### Comment bien retranscrire les énoncés

Si l'énoncé nous donne deux points avec leurs coordonnées, alors il faut retranscrire ces coordonnées sous la forme d'image par la fonction  $f$ , et on utilise alors la même méthode que la fiche précédente.

### Méthode

Elle est à suivre précisément et à faire un certain nombre de fois (pour bien comprendre le rôle de chaque nombre). La difficulté va surtout être de bien comprendre que les inconnues que l'on cherche à déterminer sont bien les nombres  $a$  et  $b$  (et non pas  $x$  comme si souvent !!).

On va travailler avec un exemple de fonction affine  $f$  dont la représentation graphique passe par les deux points  $A(-3; 9)$  et  $B(2; -1)$

Etape préliminaire : on retranscrit les coordonnées de chaque point sous la forme d'une image par  $f$

$$\text{avec } A(-3; 9) \rightarrow \text{on a } f(-3) = 9$$

$$\text{avec } B(2; -1) \rightarrow \text{on a } f(2) = -1$$

Etape 1 : on calcule le coefficient  $a$

$$\text{On calcule : } a = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A}$$

$$\rightarrow a = \frac{-1 - 9}{2 - (-3)} = \frac{-10}{5} = -2$$

La fonction peut donc s'écrire :  $f(x) = -2x + b$

Etape 2 : on calcule la valeur du nombre  $b$

Avec  $f(-3) = 9$ , on sait qu'en remplaçant  $x$  par  $-3$ , on obtient son image qui est égale à  $9$ .

$$\rightarrow \text{on écrit : } \underset{\substack{\uparrow \\ f(x_A)}}{9} = -2 \times \underset{\substack{\uparrow \\ x_A}}{(-3)} + b$$

$$\text{On résout : } 9 = 6 + b \rightarrow b = 9 - 6 = 3$$

Conclusion : on a obtenu  $a = -2$  et  $b = 3$

$$\text{On peut donc écrire : } f(x) = \underset{\substack{\uparrow \\ a}}{-2}x + \underset{\substack{\uparrow \\ b}}{3}$$

### Remarque

Dans l'étape 2, on a utilisé les coordonnées du point A. N'hésitez pas à vérifier que l'on aurait obtenu la même valeur de  $b$  si on avait utilisé les coordonnées du point B.

## Comment trouver l'expression d'une fonction affine ( 3 )

On vous demandera très souvent de retrouver l'expression  $f(x) = ax + b$  d'une fonction affine.

Pour cela, on aura besoin de connaître *deux couples de valeurs* (deux points ou deux images ou ....).

On a, dans ce chapitre, trois fiches qui vont balayer l'ensemble des situations possibles utilisant la notion de fonction et d'image  $f(x)$ . On retrouvera le même type de travail dans le chapitre sur les "équations réduites de droites" où ce même travail se fera avec la notion d'ordonnée  $y$ .

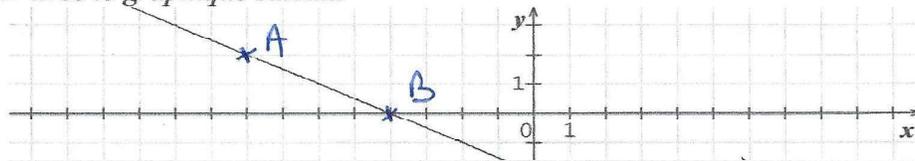
### Comment bien retranscrire les énoncés

Si l'énoncé nous donne la droite correspondante à une fonction affine, alors on cherche à obtenir précisément deux points, et donc les images respectives des abscisses par la fonction  $f$ .

### Méthode

Elle est à suivre précisément et à faire un certain nombre de fois (pour bien comprendre le rôle de chaque nombre). La difficulté va surtout être de bien comprendre que les inconnues que l'on cherche à déterminer sont bien les nombres  $a$  et  $b$  (et non pas  $x$  comme si souvent !!).

On va travailler avec le graphique suivant



Étape préliminaire : on trouve deux points sur ce graphique

$$\begin{aligned} \text{On prend } A(-8; 2) &\rightarrow \text{on a } f(-8) = 2 \\ \text{et } B(-4; 0) &\rightarrow \text{on a } f(-4) = 0 \end{aligned}$$

Étape 1 : on calcule le coefficient  $a$

$$\text{On calcule : } a = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} = \frac{2 - 0}{-8 - (-4)} = \frac{2}{-4} = -0,5$$

$$\text{La fonction peut donc s'écrire : } f(x) = -0,5x + b$$

Étape 2 : on calcule la valeur du nombre  $b$

Avec  $f(-8) = 2$ , on sait qu'en remplaçant  $x$  par  $-8$ , on obtient son image qui est égale à 2.

$$\rightarrow \text{on écrit : } 2 = -0,5 \times (-8) + b$$

$$\text{On résout : } 2 = 4 + b \rightarrow b = -2$$

Conclusion :

$$\text{On peut donc écrire : } f(x) = \underset{\uparrow a}{-0,5}x + \underset{\uparrow b}{-2}$$

### Remarque

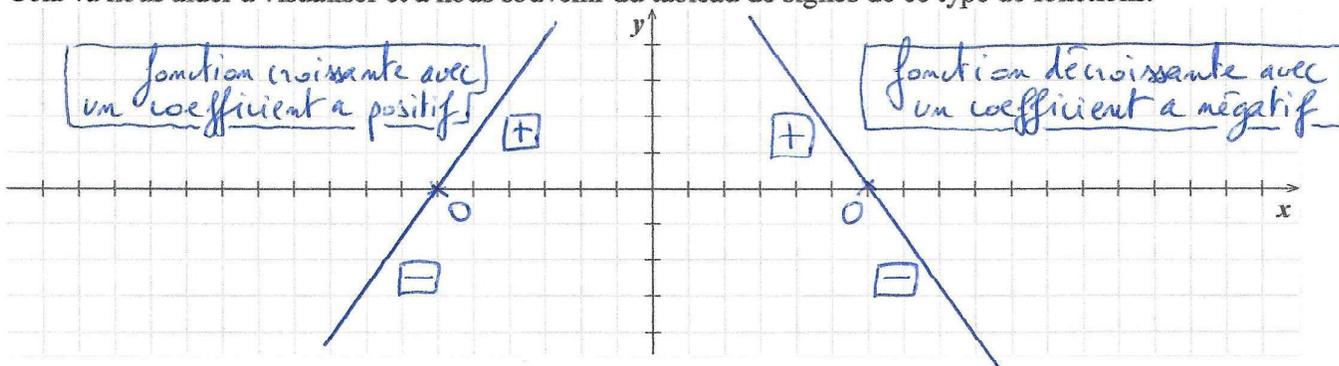
Dans l'étape 2, on a utilisé les coordonnées du point A. N'hésitez pas à vérifier que l'on aurait obtenu la même valeur de  $b$  si on avait utilisé les coordonnées du point B.

## Comment faire le tableau de signes d'une fonction affine : la méthode

C'est un *résultat essentiel* de la classe de Seconde (ce qui ne veut pas dire que c'est compliqué).  
Il faut savoir, sans hésiter, donner le *tableau de signes d'une fonction affine*.

En sachant que parmi toutes les fonctions affines que vous rencontrerez en mathématiques,  
*il n'y a que DEUX possibilités de tableau de signes !!*

On va se rappeler que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.  
Cela va nous aider à visualiser et à nous souvenir du tableau de signes de ce type de fonctions.



Pour trouver la valeur de l'abscisse pour laquelle la fonction affine est égale à 0 et change de signe, il y a deux méthodes :

- on résout l'équation  $ax + b = 0$  et on trouve  $x = -\frac{b}{a}$ .
- on retient directement par cœur cette valeur  $-\frac{b}{a}$ .

### Les deux possibilités de tableaux de signes

**Cas n°1: avec un coefficient  $a$  de la fonction qui est POSITIF (la fonction est donc CROISSANTE)**

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signes de $ax + b$	-	0	+

**Cas n°2: avec un coefficient  $a$  de la fonction qui est NEGATIF (la fonction est donc DECROISSANTE)**

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signes de $ax + b$	+	0	-

**Exemple 1 :** avec la fonction *affine* définie par  $f(x) = 2x - 6$

Le coefficient 2 est positif.

On aura un tableau du type  $(- 0 +)$ .

On résout  $2x - 6 = 0 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{2} \rightarrow x = 3$

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
Signes de $2x - 6$	$-$	$0$	$+$

**Exemple 2 :** avec la fonction *affine* définie par  $g(x) = -3x - 15$

Le coefficient  $-3$  est négatif.

On aura un tableau du type  $(+ 0 -)$ .

On résout  $-3x - 15 = 0 \rightarrow -3x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{-3} \rightarrow x = -5$

$x$	$-\infty$	$-5$	$+\infty$
Signes de $-3x - 15$	$+$	$0$	$-$

**Exemple 3 :** avec la fonction *linéaire* définie par  $h(x) = 5x$

Le coefficient 5 est positif.

On aura un tableau du type  $(- 0 +)$ .

On résout  $5x = 0 \rightarrow x = \frac{0}{5} = 0$

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
Signes de $5x$	$-$	$0$	$+$

# Comment faire le tableau de signes d'un produit de fonctions affines

## La méthode

- En premier, on détermine les nombres qui annulent chacune des fonctions affines (en résolvant l'équation ou avec la formule  $\frac{-b}{a}$ ) afin de bien les placer *dans l'ordre croissant*.
- Ensuite, en traçant des "pointillés", vous créez les "cases" dans lesquelles vous mettrez les signes de chacune des fonctions affines concernées.
- Chaque signe final s'obtient en respectant la *règle des signes du produit* de deux nombres !!

## Exemple 1

On va donner le tableau de signes de la fonction définie par  $f(x) = (4x - 12)(2x - 4)$ .  
 Cette fonction est constituée par le produit de deux fonctions affines.

On résout :  $4x - 12 = 0$       et       $2x - 4 = 0$

$$4x = 12$$

$$x = \frac{12}{4}$$

$$x = 3$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

$x$	$-\infty$	2	3	$+\infty$
Signes de $4x - 12$	-		-	+
Signes de $2x - 4$	-		+	+
Signes de $(4x - 12)(2x - 4)$	+		-	+

## Exemple 2

On va donner le tableau de signes de la fonction définie par  $f(x) = (3x + 6)(-5x + 20)$ .  
 Cette fonction est également constituée par le produit de deux fonctions affines.

On résout :  $3x + 6 = 0$       et       $-5x + 20 = 0$

$$3x = -6$$

$$x = \frac{-6}{3}$$

$$x = -2$$

$$-5x = -20$$

$$x = \frac{-20}{-5}$$

$$x = 4$$

$x$	$-\infty$	-2	4	$+\infty$
Signes de $3x + 6$	-		+	+
Signes de $-5x + 20$	+		-	-
Signes de $(3x + 6)(-5x + 20)$	-		-	-

# Comment faire le tableau de signes d'un quotient de fonctions affines

On va donner le tableau de signes de la fonction définie par  $f(x) = \frac{(x-2)(-4x-12)}{x+4}$

La méthode générale va être la même que celle pour le produit de fonctions affines MAIS on fera attention ici au nombre  $-4$  qui est une valeur interdite, car ce nombre annule le dénominateur et qu'il est impossible de diviser par zéro !!

### La méthode

- En premier, on détermine les nombres qui annulent chacune des fonctions affines (en résolvant l'équation ou avec la formule  $\frac{-b}{a}$ ) afin de bien les placer *dans l'ordre croissant*.
- Ensuite, en traçant des "pointillés", vous créez les "cases" dans lesquelles vous mettrez les signes de chacune des fonctions affines concernées.
- Chaque signe final s'obtient en respectant la *règle des signes du produit ou du quotient* de plusieurs nombres !!
- On ajoutera une "double barre" pour chaque valeur interdite.

on résout :

$$\begin{array}{l}
 x - 2 = 0 \quad \boxed{\text{et}} \quad -4x - 12 = 0 \quad \boxed{\text{et}} \quad x + 4 = 0 \\
 x = 2 \qquad \qquad \qquad -4x = 12 \qquad \qquad \qquad x = -4 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad x = \frac{12}{-4} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad x = -3
 \end{array}$$

x	-∞	-4	-3	2	+∞
Signes de $x - 2$	-	-	-	-	+
Signes de $-4x - 12$	+	+	⊖	-	-
Signes de $x + 4$	-	⊖	+	+	+
Signes de $\frac{(x-2)(-4x-12)}{x+4}$	+	-	⊖	+	⊖

↑ -4 est une valeur interdite

## Application : comment résoudre une inéquation

Cette question nous amènera, en fait, à toujours réaliser des tableaux des signes !

**Exemple 1 :** résoudre l'inéquation  $(5x - 10)(-4x - 20) \leq 0$

Cette question est, en fait, une *question indirecte*.

En effet, derrière cette question, la "vraie" compétence demandée est la *réalisation du tableau de signes du produit de fonctions affines*  $(5x - 10)(-4x - 20)$ .

L'ensemble solution sera constitué des intervalles pour lesquels le signe final est ici négatif (car on veut ici résoudre une inéquation  $\leq 0$ ).

On résout :

$$\begin{array}{l} 5x - 10 = 0 \\ 5x = 10 \\ x = \frac{10}{5} = 2 \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{l} -4x - 20 = 0 \\ -4x = 20 \\ x = \frac{20}{-4} = -5 \end{array}$$

$x$	$-\infty$	$-5$	$2$	$+\infty$
Signes de $(5x - 10)$	-		-	+
Signes de $(-4x - 20)$	+		-	-
Signes de $(5x - 10)(-4x - 20)$	-		+	-

$\uparrow \leq 0$ 
 $\uparrow \leq 0$

L'ensemble solution est :  $S = ]-\infty; -5] \cup [2; +\infty[$

crochet fermé car on peut être égal

**Exemple 2 :** résoudre l'inéquation  $(-2x + 8)(3x + 21) > 0$

Dans cet exemple, l'ensemble solution sera constitué des intervalles pour lesquels le signe final est ici strictement positif (car on veut ici résoudre une inéquation  $> 0$ ).

On résout :

$$\begin{array}{l} -2x + 8 = 0 \\ -2x = -8 \\ x = \frac{-8}{-2} = 4 \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{l} 3x + 21 = 0 \\ 3x = -21 \\ x = \frac{-21}{3} = -7 \end{array}$$

$x$	$-\infty$	$-7$	$4$	$+\infty$
Signes de $(-2x + 8)$	+		+	-
Signes de $(3x + 21)$	-		+	+
Signes de $(-2x + 8)(3x + 21)$	-		+	-

$\uparrow > 0$

L'ensemble solution est :  $S = ]-7; 4[$

crochet ouvert car on ne peut pas être égal

## Comment résoudre une inéquation : exemple avec une factorisation

En classe de seconde, tant que l'on n'a pas de nouveaux outils mathématiques, il faudra toujours se ramener à une inéquation avec 0 dans le membre de droite.

Il faudra donc faire les transformations nécessaires (factoriser, "faire passer les nombres", réduire au même dénominateur ..) pour retrouver des situations traitées dans les fiches précédentes.

**Exemple** : résoudre l'inéquation  $(2x + 3)^2 \leq (x - 1)^2$

Il va falloir factoriser l'expression en utilisant l'égalité remarquable  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .

On obtiendra alors un produit de fonctions affines, dont on fait le tableau de signes, comme sur une fiche précédente, afin de résoudre l'inéquation.

$$\begin{aligned} \text{On a :} \quad & (2x + 3)^2 \leq (x - 1)^2 \\ \rightarrow & (2x + 3)^2 - (x - 1)^2 \leq 0 \\ \rightarrow & ((2x + 3) - (x - 1))((2x + 3) + (x - 1)) \leq 0 \\ \rightarrow & (2x + 3 - x + 1)(2x + 3 + x - 1) \leq 0 \\ \rightarrow & (x + 4)(3x + 2) \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{On résout :} \quad x + 4 = 0 & \quad \text{et} \quad 3x + 2 = 0 \\ x = -4 & \quad 3x = -2 \\ & \quad x = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Bien garder la valeur exacte

$x$	$-\infty$	$-4$	$-\frac{2}{3}$	$+\infty$
Signes de $(x + 4)$	-	0	+	+
Signes de $(3x + 2)$	-	-	0	+
Signes de $(x + 4)(3x + 2)$	+	0	-	+

↑  
≤ 0

l'ensemble solution est :  $S = \left[-4; -\frac{2}{3}\right]$

Comment résoudre une inéquation : exemple avec un quotient

En classe de seconde, tant que l'on n'a pas de nouveaux outils mathématiques, il faudra toujours se ramener à une inéquation avec 0 dans le membre de droite.

Il faudra donc faire les transformations nécessaires (factoriser, "faire passer les nombres", réduire au même dénominateur ..) pour retrouver des situations traitées dans les fiches précédentes.

**Exemple** : résoudre l'inéquation  $\frac{x+1}{x-2} < 3$

On commence par faire passer le 3 à gauche afin de bien avoir le nombre 0 dans le membre de droite. On réduit alors au même dénominateur afin d'avoir un quotient de fonctions affines, dont on fait le tableau de signes, comme sur une fiche précédente, afin de résoudre l'inéquation.

On a :

$$\frac{x+1}{x-2} < 3$$

$$\rightarrow \frac{x+1}{x-2} - 3 < 0$$

$$\rightarrow \frac{x+1 - 3(x-2)}{x-2} < 0$$

$$\rightarrow \frac{x+1 - 3x + 6}{x-2} < 0 \quad \text{soit} \quad \frac{-2x+7}{x-2} < 0$$

On résout :

$$-2x + 7 = 0 \quad \text{et} \quad x - 2 = 0$$

$$-2x = -7 \quad \quad \quad x = 2$$

$$x = \frac{-7}{-2} = 3,5$$

x	$-\infty$	<b>2</b>		<b>3,5</b>	$+\infty$
Signes de $(-2x + 7)$	+	⊖	+	⊖	-
Signes de $(x - 2)$	-	⊖	+	⊖	+
Signes de $\frac{-2x+7}{x-2}$	⊖		+	⊖	⊖
	↑ < 0				↑ < 0
		↑ valeur interdite			

L'ensemble solution est :  $S = ]-\infty; 2[ \cup ]3,5; +\infty[$