Les angles associés : quelques applications

Les 4 règles de la fiche précedente (qui sont, je le rappelle, plutôt évidentes et facilement mémorisables) vont nous servir à simplifier toutes les autres expressions proposées.

Exemple 1 :

On cherche à montrer que $cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

On a : $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(-x + \frac{\pi}{2}\right)$ on ordonne la parenthèse

$= -\sin(-x)$ règle avec $+\frac{\pi}{2}$, en gardant bien $(-x)$

$= -(-\sin x)$ règle avec $-x$

$= \sin x \longrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

Exemple 2 :

On cherche à montrer que $cos(\pi - x) = -\cos x$

On a : $\cos(\pi - x) = \cos(-x + \pi)$ on ordonne la parenthèse

$= -\cos(-x)$ règle avec $+\pi$, en gardant bien $(-x)$

$= -\cos x$ règle avec $-x$

$\longrightarrow \cos(\pi - x) = -\cos x$

Exemple 3 :

On cherche à simplifier $sin(x + 2\pi) - cos\left(-x + \frac{\pi}{2}\right) - cos(x - \pi) - sin\left(-x + \frac{\pi}{2}\right)$

On va retrouver dans ce calcul les 4 règles de la fiche précédente. Entrainez vous à bien les identifier et à bien les appliquer .

On a : $\sin(x + 2\pi) = \sin x$

$\cos\left(-x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(-x) = -(-\sin x) = \sin x$

$\cos(x - \pi) = -\cos x$

$\sin\left(-x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(-x) = \cos x$

Donc $\sin(x + 2\pi) - \cos\left(-x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos(x - \pi) - \sin\left(-x + \frac{\pi}{2}\right)$

$= \sin x - \sin x - (-\cos x) - \cos x$

$= \sin x - \sin x + \cos x - \cos x$

$= 0$ résultat surprenant, non ?