La fonction dérivée de la fonction logarithme

La dérivée de la fonction logarithme

pour tout $x > 0$, on a :

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Exemples

Puisque la dérivée de la fonction *ln* fait apparaitre un dénominateur, on gardera à l'esprit la nécessité de *réduire au même dénominateur* les résultats afin qu'ils soient exploitables.

avec $f(x) = \ln x + x$, on a $f'(x) = \frac{1}{x} + 1 = \frac{1+x}{x}$

avec $g(x) = 4\ln x$, on a $g'(x) = 4 \times \frac{1}{x} = \frac{4}{x}$

Application (en utilisant la formule vue en Première $(uv)' = u'v + uv'$)

avec $f(x) = x \ln x$ (pour $x > 0$)

$\rightarrow$ on applique la formule $(uv)' = u'v + uv'$

avec $u(x) = x$ $\quad v(x) = \ln x$

$u'(x) = 1$ $\quad v'(x) = \frac{1}{x}$

On a donc : $f'(x) = 1 \times \ln x + x \times \frac{1}{x} = \ln x + \frac{x}{x} = \ln x + 1$

Application (en utilisant la formule vue en Première $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$)

avec $g(x) = \frac{\ln x}{x}$ (pour $x > 0$)

$\rightarrow$ on applique la formule $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

avec $u(x) = \ln x$ $\quad v(x) = x$

$u'(x) = \frac{1}{x}$ $\quad v'(x) = 1$

On a donc : $g'(x) = \frac{\frac{1}{x} \times x - \ln x \times 1}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$