

Etude de signe d'expressions avec la fonction logarithme Applications

Les exemples que l'on va voir sur cette fiche constitue chacun un petit exercice en soit.
Il n'y aura pas de réponses toutes faites, de résultat de cours à appliquer directement par coeur ...
Pour chacun, il faudra appliquer les méthodes de calculs apprises et bien conclure pour les signes.

Application 1 : On étudie le signe de $f(x) = x \ln x$

On veut que $x > 0 \rightarrow Df =]0; +\infty[$
et on sait que $\ln x \geq 0$ pour $x \geq 1$
et $\ln x \leq 0$ pour $x \leq 1$

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	0	1	+	+
Signes de x		+		+
Signes de $\ln x$		-	0	+
Signes de $f(x)$		-	0	+

Application 2 : On étudie le signe de $f(x) = (\ln x)^2 - \ln x$

On veut que $x > 0 \rightarrow Df =]0; +\infty[$
et on a $(\ln x)^2 - \ln x = \ln x (\ln x - 1)$.
or $\ln x = 0$ pour $x = 1$ et $\ln x - 1 = 0$ pour $x = e$

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	0	1	e	+
Signes de $\ln x$		-	0	+
Signes de $\ln x - 1$		-	-	0
Signes de $f(x)$		+	0	-

Application 3 : On étudie le signe de $f(x) = 2 \ln x + 2$

On veut $x > 0 \rightarrow Df =]0; +\infty[$
et on a $2 \ln x + 2 = 2(\ln x + 1)$
or $\ln x + 1 = 0 \rightarrow \ln x = -1 \rightarrow x = \frac{1}{e}$

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	0	1/e	+	+
Signes de $\ln x + 1$		-	0	+
Signes de $f(x)$		-	0	+