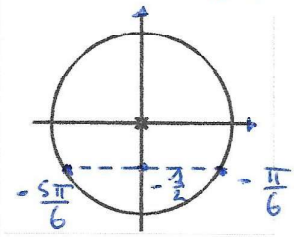
Comment résoudre une équation trigonométrique : des exemples

Le travail de base pour retrouver les angles sera toujours le même, mais parfois l'énoncé propose une résolution dans un autre intervalle que $]-\pi\ ;\ \pi]$. Il faudra juste bien faire attention de donner l'ensemble de toutes les solutions comprises dans l'intervalle proposé.

Exemples de résolution sur $\mathbb{R}$

Une fois que l'on a trouvé les mesures principales, il faudra penser à ajouter $2k\pi$ à chaque solution. Cela représente, au final, une infinité de solutions car on tiendra compte de l'ensemble des angles obtenus en faisant des tours complets autour du cercle trigonométrique (dans le sens positif ou négatif).

Résoudre $\sin x = -\frac{1}{2}$ sur $\mathbb{R}$.



Les solutions sont $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$

avec k, entier relatif, qui peut prendre comme valeur $0\ ;\ 1\ ;\ -1\ ;\ 2\ ;\ -2$ ...etc...

On obtient donc comme solutions :

pour $k=0$; pour $k=-1$; pour $k=1$; pour $k=-2$

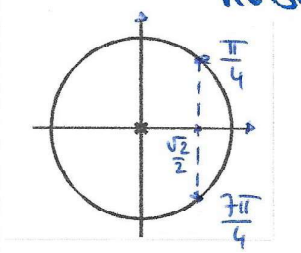
$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{13\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{25\pi}{6}$
$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{17\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{19\pi}{6}$

...etc...

Exemples de résolution sur l'intervalle $[\ 0\ ;\ 2\pi\ ]$

Il n'y aura ici ***aucune solution négative***. On ne donnera que des angles positifs qui seront entre 0 et 2π.

Résoudre $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $[0\ ;\ 2\pi]$.



Les solutions sont $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \\ \text{ou} \\ x = \frac{7\pi}{4} \end{cases}$

⚠ La réponse $-\frac{\pi}{4}$, qui est une mesure principale, correspond à l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$ et non pas à $[0\ ;\ 2\pi]$.