

Comment résoudre une équation avec logarithme

Propriété

Il faudra se souvenir que les fonctions *exponentielle* et *logarithme népérien* sont des fonctions *réiproques* l'une par rapport à l'autre. Du coup, elles vont "*s'annuler*" entre elles (un peu comme les fonctions *carré* et *racine carrée* pour lesquelles on a $(\sqrt{5})^2 = 5$).

$$\text{Pour tout } x \text{ positif, on a : } e^{\ln x} = x$$

Point de départ

Il faudra maîtriser les 3 équations de bases suivantes.

- $\ln x = \ln 7 \rightarrow x = 7$
- $\ln x = 0 \rightarrow \ln x = \ln 1 \rightarrow x = 1$
- $\ln x = 1 \rightarrow \ln x = \ln e \rightarrow x = e$

Résolution des équations avec la fonction logarithme

On appliquera la fonction *exponentielle* à la fonction *ln* afin de faire "*disparaître le ln à l'aide de l'expo*" !
Mais il faudra toujours se poser la question de l'ensemble de définition de l'équation initiale.

$$\ln x = 4 \rightarrow e^{\ln x} = e^4 \rightarrow x = e^4$$

$$\begin{aligned} \ln(2x+1) &= 3 && (\text{avec } 2x+1 > 0 \text{ soit } x > -\frac{1}{2}) \\ \rightarrow e^{\ln(2x+1)} &= e^3 \\ \rightarrow 2x+1 &= e^3 \rightarrow x = \frac{e^3 - 1}{2} \end{aligned}$$

ne pas chercher à simplifier

la solution est bien dans l'ensemble de définition

$$\begin{aligned} 2 \ln(-4x+1) - 10 &= 0 && (\text{avec } -4x+1 > 0 \text{ soit } x < \frac{1}{4}) \\ \rightarrow \ln(-4x+1) &= \frac{10}{2} = 5 \\ \rightarrow e^{\ln(-4x+1)} &= e^5 \\ \rightarrow -4x+1 &= e^5 \rightarrow x = \frac{e^5 - 1}{-4} \end{aligned}$$

bien isoler $\ln(-4x+1)$ avant d'appliquer l'expo

la solution est bien dans l'ensemble de définition